FÍSICA-COU

Selectividad - Cantabria, junio 2000

1.- El alumno elegirá una sola de las dos opciones de problemas, así como cinco de las siete cuestiones propuestas
2.- No deben resolverse problemas de opciones diferentes, ni tampoco más de cinco cuestiones

PROBLEMAS(2,5 Puntos cada uno)

Opción de problemas nº 1

1.1. Un bloque comienza a desplazarse sobre una superficie horizontal rugosa con una velocidad ***v=10 m/s***. Tras recorrer una distancia $\boldsymbol{d_1=1\ m}$, el bloque asciende por una rampa de ***30°*** sobre la horizontal, también rugosa. El bloque recorre una distancia en la rampa igual a $\boldsymbol{d_2}$ antes de detenerse. Sabiendo que los coeficientes de rozamiento entre el bloque y las superficies rugosas son $\boldsymbol{\mu_1 = 0,3}$ para el tramo horizontal y $\boldsymbol{\mu_2= 0,6}$ para el tramo en rampa: **a)** ¿Cuál será la velocidad del bloque justamente antes de iniciar la subida por la rampa? **b)** Qué distancia $\boldsymbol{d_2}$ recorrerá el bloque antes de detenerse? **c)** Si se deja libre el bloque, ¿volverá a descender? Datos: $\boldsymbol{g = 9,8\ m/s^2}$.

SOLUCIÓN

a) Aplicaremos la conservación de la energía entre el punto de salida y el de inicio de ascenso a la rampa:

$$\frac{1}{2}mv_o^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \mu_1 mgd_1 \quad ; \quad 50 = 2,94 + 0,5v^2 \quad \Rightarrow \quad \underline{v = 9,7\ m.s^{-1}}$$

b) Aplicaremos de nuevo la conservación de la energía entre el inicio de la rampa y el punto de máxima altura:

$\frac{1}{2}mv^2 = mgh + \mu_2 mg\cos 30°.d_2$ siendo $h = d_2.\text{sen}\,30° = 0,5.d_2$. Sustituyendo valores resulta:

$$\frac{1}{2}.94,12 = 9,8.0,5.d_2 + 0,6.9,8.\frac{\sqrt{3}}{2}.d_2 \quad ; \quad \underline{d_2 = 4,7\ m}$$

c) Bastará que la componente del peso paralela al plano $mg\,\text{sen}\,30°$ sea mayor que la fuerza de rozamiento $f_r = \mu_2 mg\cos 30°$. Los valores para ambas son:

$$mg\,\text{sen}\,30° > \mu_2 mg\cos 30° \quad ; \quad 0,5 > 0,6.\frac{\sqrt{3}}{2}$$

desigualdad que es **FALSA,** luego el bloque no desciende

2.1. La masa de Saturno es de $\boldsymbol{5,69\ .10^{26}\ kg}$ **a)** Calcular el periodo de su luna Mimas, sabiendo que el radio medio de su órbita es $\boldsymbol{1,86\ .10^{8}\ m}$. **b)** Calcular el radio medio de su luna Titán, cuyo periodo es $\boldsymbol{1,38\ .10^{6}\ s}$. **c)** ¿Cuál será la velocidad de escape para objetos situados cerca de la superficie de Saturno sabiendo que el radio de éste es ***9,47*** veces el de la Tierra? Datos: $\boldsymbol{G = 6,67.10^{-11}}$ ***unidades S.I.***; $\boldsymbol{R_T= 6.370\ km}$

SOLUCIÓN

a) Para determinar el período del satélite, basta aplicar la 2ª Ley de la dinámica al movimiento del satélite, que es circular y uniforme, por tanto, su aceleración será:

$$a = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R$$

$$\sum F_c = m.a_c \quad ; \quad G\frac{M_S m}{r^2} = m\frac{4\pi^2}{T^2}r \quad \Rightarrow \quad T^2 = \frac{(1{,}86.10^8)^3 4\pi^2}{6{,}67.10^{-11}.5{,}69.10^{26}}$$

$$\boxed{T = 81814{,}5\ s = \underline{22{,}72\ h}}$$

b) Utilizando de nuevo la 2ª Ley de la Dinámica para la Luna Titán:

$$\sum F_c = m.a_c \quad ; \quad G\frac{M_S m}{r_T^2} = m\frac{4\pi^2}{T^2}r_T \quad \Rightarrow \quad r_T^3 = \frac{GM_S T^2}{4\pi^2} = \frac{6{,}67.10^{-11}.5{,}69.10^{26}.(1{,}38.10^6)^2}{4\pi^2}$$

de donde: $\boxed{r_T = \sqrt[3]{1{,}83.10^{27}} = \underline{1{,}22.10^9\ m}}$

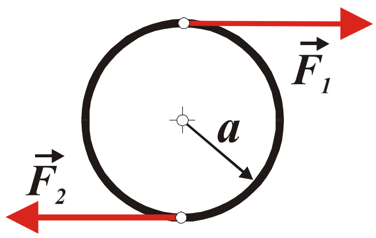
c) Aplicando la conservación de la energía entre en el punto de lanzamiento situado sobre la superficie del planeta y el infinito, en el cuál la energía será **nula**, tendremos:

$$\frac{1}{2}mv_e^2 - G\frac{M_S m}{R_S} = E(\infty) = 0 \quad ; \quad v_e = \sqrt{\frac{2GM_S}{R_S}} = \sqrt{\frac{2.6{,}67.10^{-11}.5{,}69.10^{26}}{9{,}47.6{,}37.10^6}} = 35472{,}3\ m.s^{-1}$$

$$\boxed{v_e = \underline{9853{,}4\ km.h^{-1}}}$$

Opción de problemas nº 2

1.2. Un cilindro uniforme de masa ***m=100 kg*** y radio ***a=0,5 m*** se coloca apoyado en una de sus bases sobre una superficie sin rozamiento (Ver figura). Se arrollan sendas cuerdas alrededor del cilindro en el mismo sentido. De alguna manera se tira de las dos cuerdas durante ***5 segundos*** ejerciendo fuerzas ***F_1= 40 N*** y ***F_2=60 N*** (ver figura) respectivamente. Se desea saber como será el movimiento del cilindro, es decir: **a)** Movimiento de traslación: ¿cuánto vale la posición, velocidad y aceleración del centro de masas? **b)** Movimiento de rotación: ¿cuánto vale la aceleración y la velocidad angular en función del tiempo?



Vista superior del cilindro

Datos: Momento de Inercia del cilindro : $I = \frac{1}{2}ma^2$

SOLUCIÓN

a) $\sum \vec{F} = m.\vec{a} \quad ; \quad F_2 - F_1 = ma_{CM} \quad ; \quad 60 - 40 = 100.a_{CM} \quad \Rightarrow \quad a_{CM} = 0{,}2\ m.s^{-2}$

$$v_{CM} = a_{CM}.t \quad ; \quad s_{CM} = \frac{1}{2}a_{CM}t^2 \quad \Rightarrow \quad v_{CM} = 0,2t \; m.s^{-1} \quad ; \quad s_{CM} = 0,1t^2 \; m.s^{-2}$$

que para ***t=5 s*** resulta:

$$\boxed{v_{CM} = 1 \; m.s^{-1} \quad ; \quad s_{CM} = 2,5 \; m}$$

b) $\sum \vec{M} = I_o.\vec{\alpha} \quad ; \quad F_2.a + F_1.a = \frac{1}{2}I_o\alpha \quad ; \quad 60.0,5 + 40.0,5 = \frac{1}{2}100(0,5)^2\alpha$

$$\boxed{\alpha = 4 \; rad.s^{-2}}$$

$$\boxed{\omega = \alpha t \quad ; \quad \omega = 4t \; rad.s^{-1}}$$

2.2. Entre dos placas metálicas paralelas separadas una distancia ***d=10 cm*** se crea un campo eléctrico uniforme cuando la diferencia de potencial entre las dos placas es de ***1000 V*** .Si situamos una partícula, inicialmente en reposo, en una de las placas se acelera hasta alcanzar la otra placa. Se pide: **a)** Valor del campo eléctrico entre las placas **b)** Si la carga de la partícula es ***q=1.10⁻⁶ C*** y su masa ***m=2.10⁻⁶ kg***, ¿qué velocidad tendrá la partícula cuando alcanza la otra placa? **c)** ¿Qué tiempo tardará la partícula en desplazarse de una a otra placa? **d)** Dibujar las superficies equipotenciales entre las placas.

SOLUCIÓN

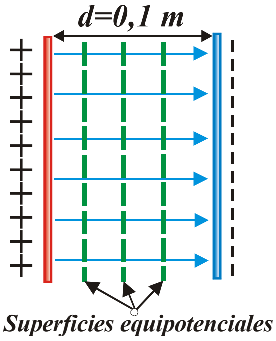
a) El módulo de la intensidad de campo es: $\left|\vec{E}\right| = \frac{V}{d} = \frac{1000}{0,1} = 10^4 \; \frac{V}{m}$

b) Bastará aplicar el Teorema de conservación de la energía, de modo que en este caso la energía eléctrica proporcionada por el campo entre las placas debe ser la misma que la energía cinética que adquiere la partícula al llegar a la segunda placa:

$$qV = \frac{1}{2}mv^2 \quad ; \quad 1.10^{-6}.10^3 = \frac{1}{2}2.10^{-6}.v^2 \quad \Rightarrow \quad \underline{v = 10\sqrt{10} \; m.s^{-1}}$$

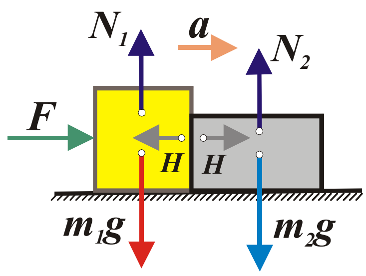
c) Calculamos la aceleración: $v^2 = 2.a.d \quad ; \quad 1000 = 2.a.0,1 \quad \Rightarrow \quad a = 5000 \; m.s^{-2}$ y con ella el tiempo mediante la conocida ecuación: $v = a.t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{10\sqrt{10}}{5000} = \underline{6,32.10^{-3} \; s}$

d) En la figura se representan las placas metálicas, las líneas de fuerza (en azul) que van dirigidas hacia los potenciales decrecientes y las ***superficies equipotenciales*** (líneas verdes discontinuas) que son en todo punto ***perpendiculares*** a las líneas de campo.



CUESTIONES (1 punto cada una)

A. Dos bloques en contacto de masas m_1, y m_2 pueden deslizar sin rozamiento sobre una mesa horizontal. Ejercemos una fuerza constante ***F*** sobre el bloque m_1, que induce un movimiento del conjunto de los bloques (ver figura). Se pide: **a)** Dibujar mediante un diagrama todas las fuerzas a las que se encuentran sometidos cada uno de los bloques, indicando su valor en función de la masa, la gravedad y la aceleración del conjunto de los dos bloques. **b)** ¿Cuáles son las fuerzas de acción y reacción entre los bloques, correspondientes a la tercera ley de Newton?



SOLUCIÓN

a) La figura refleja las fuerzas que actúan sobre cada uno de los bloques: Pesos, reacciones del plano de apoyo y la fuerza que un bloque ejerce sobre el otro (***H***). Para determinar el valor de cada una de esas fuerzas estudiamos el equilibrio en el eje vertical (no hay movimiento) y el movimiento en el eje horizontal, de acuerdo con la aceleración, que lógicamente tiene la dirección y sentido mostrados:

El equilibrio supone que : $N_1 = m_1 g \quad ; \quad N_2 = m_2 g$

El movimiento en el eje horizontal, para cada bloque, verificará las siguientes ecuaciones:

$$\sum F = ma \quad ; \quad F - H = m_1 a \quad y \quad H = m_2 a \quad \Rightarrow \quad F = (m_1 + m_2)a$$

y el valor de la fuerza entre ambos bloques es:

$$\boxed{H = m_2 a \quad \Rightarrow \quad H = \frac{m_2 F}{m_1 + m_2}}$$

B. En una superficie horizontal disponemos de un resorte también horizontal cuya constante elástica es ***20 N/m***. Desde un punto situado a ***1 m*** del resorte se lanza un cuerpo de ***2 kg*** en dirección al muelle con una velocidad inicial ***v_o=5 m/s*** ¿qué distancia se comprimirá el resorte en los dos casos siguientes? **a)** El cuerpo se desplaza horizontalmente sin rozamiento **b)** El cuerpo se desplaza hasta alcanzar el resorte con rozamiento, siendo el coeficiente de rozamiento ***μ = 0,6.***

Datos: ***g = 9,8 m/s²***.

SOLUCIÓN

a) Bastará aplicar el Teorema de conservación de la energía, teniendo en cuenta que toda la energía cinética se va a convertir en energía elástica cuando el resorte esté completamente comprimido:

$$E_c = E_{Elástica} \quad ; \quad \frac{1}{2} m v_o^2 = \frac{1}{2} K x^2 \quad ; \quad 2.5^2 = 20.x^2 \quad \Rightarrow \quad \underline{x = 1{,}58\ m}$$

b) En este caso, aplicaremos el mismo procedimiento, teniendo en cuenta la existencia de la fuerza de rozamiento, que actuará durante $1 + x_1$ m siendo x_1 lo que ahora se comprime el resorte:

$$E_c = E_{Elástica} + W_{Roz} \quad ; \quad \frac{1}{2} m v_o^2 = \frac{1}{2} K x_1^2 + \mu m g (1 + x_1)$$

Sustituyendo valores resulta la siguiente ecuación:

$$\boxed{10 x_1^2 + 11{,}76 x_1 - 13{,}24 = 0 \quad ; \quad \underline{x_1 = 1{,}4\ m}}$$

C. Responde si las afirmaciones siguientes son verdaderas o falsas justificando brevemente las repuestas. **a)** Un cuerpo que se mueve en una trayectoria circular con rapidez constante no experimenta fuerza alguna. **b)** Si el momento de las fuerzas exteriores que actúan sobre un cuerpo no es nulo, el momento angular de éste permanecerá constante. **c)** Un móvil que se mueve sin experimentar ninguna aceleración radial no modifica la dirección de su trayectoria. **d)** El momento de inercia de un cuerpo es independiente del eje de giro respecto al cual se determine.

SOLUCIÓN

a) Falso. Está sometido a la ***fuerza centrípeta***, resultante de todas las fuerzas reales aplicadas sobre él. Esta fuerza está en todo instante y posición dirigida hacia el centro de la trayectoria.

b) Falso. Deberá verificarse la relación $\vec{M}_o = \frac{d\vec{L}_o}{dt}$ entre el ***momento*** o ***par*** aplicado $\vec{M}_o$ y el ***momento angular*** $\vec{L}_o$, de modo que si $\vec{M}_o \neq 0$, $\vec{L}_o$ variará con el tiempo, esto es, no permanecerá constante.

c) Verdadero. Teniendo en cuenta que $a_n = \frac{v^2}{R}$, si esta magnitud es nula no siéndolo v, deberá ocurrir que $R = \infty$, lo que supone una trayectoria recta, o equivalentemente, no se modifica la dirección del movimiento.

d) Falso. Es una magnitud que siempre debe referirse a un eje. Por tanto, según la elección que se haga del mismo, dependerá el momento de inercia hallado.

D. Una onda transversal (**A**) se propaga por un medio según la ecuación $y = 10^{-2}\,\text{sen}\,10(100t - x)$ en unidades del **SI**. **a)** Escribe la ecuación de una onda transversal (**B**) que se propague con una longitud de onda que sea el doble y se propague en el sentido contrario que la onda **A** y el resto de los parámetros iguales. **b)** Escribe la ecuación de una onda transversal (**C**) que se propague con una amplitud y frecuencia que sean la mitad de **A** y el resto de los parámetros iguales.

SOLUCIÓN

a) $y = 10^{-2}\,\text{sen}\,2\pi\left(\frac{500t}{\pi} - \frac{5x}{\pi}\right)$ escrita en forma standard. De ella deducimos: $T = \frac{\pi}{500}\,s$ y $\lambda = \frac{\pi}{5}\,m$. Para una onda de ***doble longitud de onda*** y propagándose en sentido contrario escribiremos:

$$y_1 = 10^{-2}\,\text{sen}\,2\pi\left(\frac{500t}{\pi} + \frac{5x}{2\pi}\right)$$

b) Si la frecuencia es la ***mitad*** que la de la onda primitiva, el ***período*** será ***doble***. Así:

$$y = 5.10^{-3}\,\text{sen}\,2\pi\left(\frac{250t}{\pi} - \frac{5x}{\pi}\right)$$

E. ¿A qué aceleración se encuentra sometido un objeto situado dentro de una nave espacial, que se desplaza en una órbita circular a ***400 km*** por encima de la superficie terrestre?
Datos: $\boldsymbol{G = 6{,}67.10^{-11}\ N.\ m^2/kg^2}$; $\boldsymbol{M_T = 5{,}98.10^{24}\ kg}$; $\boldsymbol{R_T = 6.370\ km}$

SOLUCIÓN

Puesto que se trata de un movimiento circular uniforme, la única aceleración será la centrípeta, dirigida obviamente hacia el centro de la trayectoria. Bastará aplicar la 2ª Ley de la Dinámica al movimiento de la nave:

$$\sum F_c = ma_c \quad ; \quad G\frac{Mm}{r^2} = m.a_c \quad \Rightarrow \quad a_c = \frac{6{,}67.10^{-11}.5{,}98.10^{24}}{\left((6370+400).10^3\right)^2} = 8{,}70\ m.s^{-2}$$

F. Un electrón penetra en una zona del espacio con velocidad $\vec{v} = 3\vec{i}\ m.s^{-1}$. En dicha zona existe un campo magnético uniforme de valor $\vec{B} = 0{,}1\vec{k}\ T$. **a)** ¿Qué dirección, sentido y magnitud debería tener un campo eléctrico que aplicáramos en la mencionada zona, para que el electrón no se desviara de su trayectoria inicial? **b)** ¿Qué entiendes en electromagnetismo por la denominada Fuerza de Lorentz?

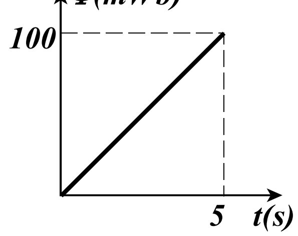
SOLUCIÓN

a) Para que el electrón no se desvíe de su trayectoria, puesto que es móvil, es preciso que la fuerza eléctrica $\vec{F}_{Elec.} = -e.\vec{E}$ esté equilibrada por la fuerza magnética (de Lorentz) $\vec{F}_{Magn} = -e.(\vec{v} \times \vec{B})$ es decir:

$$\vec{E} = \vec{v} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}1 \end{vmatrix} = -0{,}3\vec{j}\ \frac{N}{C}$$

b) Es la fuerza a que está sometida una partícula cargada que se mueve en el seno de un campo magnético y cuya expresión es $\vec{F} = q.(\vec{v} \times \vec{B})$ siendo $\vec{v}$ y $\vec{B}$ la velocidad de la partícula y la inducción magnética. Esta fuerza hace que la partícula se desvíe de su trayectoria rectilínea y describa arcos de circunferencia mientras esté dentro del campo magnético, siempre y cuando los vectores $\vec{v}$ y $\vec{B}$ no tengan la misma dirección, en cuyo caso la fuerza es nula y la partícula no variará su trayectoria.

G. La gráfica que se muestra en la figura adjunta representa, en función del tiempo, el flujo magnético que atraviesa cada espira de una bobina rectangular con ***50 espiras***. Se pide: **a)** ¿Cuánto valdrá la fuerza electromotriz inducida? **b)** Sabiendo que el campo magnético que origina el flujo tiene en todo momento la dirección y sentido del eje ***Z*** positivo ¿podrías indicar el sentido de la corriente inducida?



SOLUCIÓN

a) La f.e.m inducida, en valor absoluto, se calcula aplicando la Ley de Faraday:

$$|\varepsilon| = N\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = 50\frac{0{,}1-0}{5} = 1\,V$$

b) Si miramos el eje ***OZ*** desde su parte superior veremos las líneas de campo dirigirse hacia nosotros, es decir ***salientes*** . Puesto que este flujo ***aumenta*** con el tiempo (Ver figura), cada vez veremos salir más líneas de campo. De acuerdo con la Ley de Lenz, la corriente ***inducida*** en la bobina ha de tener un sentido tal que origine un campo magnético que trate de frenar ese efecto. Según este razonamiento el campo deberá ser ***entrante*** en esa cara, originando así una cara ***SUR***, lo que indica que esa corriente inducida deberá tener sentido ***horario*.** (Ver Teoría de Electromagnetismo)

FÍSICA-COU

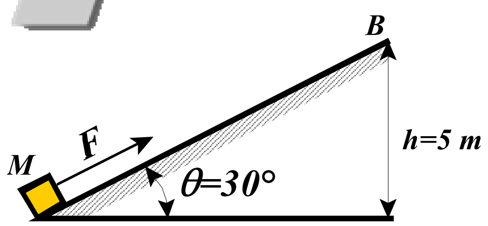
Selectividad - Cantabria, septiembre 2000

1.- El alumno elegirá una sola de las dos opciones de problemas, así como cinco de las siete cuestiones propuestas
2.- No deben resolverse problemas de opciones diferentes, ni tampoco más de cinco cuestiones

PROBLEMAS(2,5 Puntos cada uno)

Opción de problemas nº 1

1.1. a) ¿Qué fuerza constante ***F*** hay que aplicar al cuerpo de masa ***M*** de la figura que se encuentra inicialmente en reposo, para que alcance el punto ***B*** en ***3 s***? **b)** ¿Qué tiempo tardaría en alcanzar el punto ***B*** si la masa ***M*** fuera lanzada con una velocidad inicial de ***20 m/s***? **Nota**: en ambos casos suponer el rozamiento despreciable.
DATOS: ***M= 1 kg; g = 9,8 m/s²***



SOLUCIÓN

a) No hay rozamiento. La fuerza ***F*** deberá ser tal que sea mayor que la componente del peso paralela al plano $mg\,\text{sen}\,\theta$. Aplicando la 2ª Ley de la Dinámica:

$$\sum F = ma \quad ; \quad F - mg\,\text{sen}\,\theta = m.a \qquad (1)$$

en la que podemos determinar la aceleración. En efecto: $s = \dfrac{h}{\text{sen}\,30°} = \dfrac{5}{\text{sen}\,30°} = 10\,m$ y como el bloque ha de subir con ***mrua*** en ***t=3 s*** , resulta:

$$s = \frac{1}{2}at^2 \quad ; \quad 10 = 0{,}5.a.3^2 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{20}{9}\,m.s^{-2}$$

Sustituyendo en (1) : $\boxed{F = ma + mg\,\text{sen}\,30° = \underline{7{,}12\;N}}$

b) Aplicando la relación: $v^2 = v_o^2 - as$; $v = \sqrt{20^2 - 2.\frac{20}{9}.10} = 18{,}85\ m.s^{-1}$

y con $v = v - at$ resulta $\boxed{t = \dfrac{v_o - v}{a} = \dfrac{20 - 18{,}85}{\frac{20}{9}} = \underline{0{,}51\ s}}$

2.1. a) ¿En qué punto de la línea que une la Tierra y la Luna el campo gravitatorio debido a ambas masas es nulo? **b)** Determinar el período de revolución de la Luna alrededor de la Tierra.
Datos: *g_o=9.8 m/s^2* ; *Distancia Tierra-Luna d=384000 km*; *R_T=6370 km; M_T=5.97.10^{24} kg*; *(M_T/M_L) = 81*

SOLUCIÓN

a) Basta tener en cuenta que en la línea que une ambos astros el vector intensidad de campo está dirigido según dicha línea, pero el creado por la Tierra tiene ***sentido opuesto*** al creado por la Luna en un punto desconocido. Igualando los módulos de ambos $|\vec{g}_T| = |\vec{g}_L|$ en dicho punto tendremos la posición en que la intensidad de campo gravitatorio es nula. Los valores para los módulos, suponiendo que el punto buscado se encuentra a distancia x de la Tierra, son: $g_T = G\dfrac{M_T}{x^2}$ y $g_L = G\dfrac{M_L}{(d-x)^2}$ siendo d la distancia entre los centros de la Tierra y la Luna. De la igualdad de los módulos:

$$G\frac{M_T}{x^2} = G\frac{M_L}{(d-x)^2} \quad ; \quad \frac{x^2}{(d-x)^2} = \frac{M_T}{M_L} = 81 \Rightarrow \frac{x}{d-x} = 9$$

ecuación que resuelta nos da el valor de la distancia medida desde la Tierra en que la intensidad de campo gravitatorio es nulo:

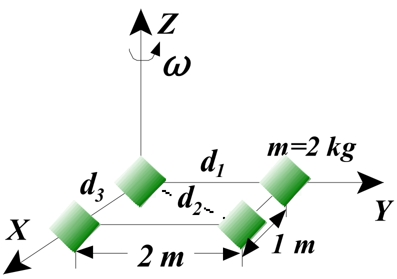
$$\boxed{x = \frac{9d}{10} = 345.600\ km}$$

b) Para hallar el período de revolución de la Luna alrededor de la Tierra bastará aplicar la 2ª Ley de la Dinámica al movimiento lunar: $\sum F_c = m.a_c$

$$\boxed{G\frac{M_T.M_L}{d^2} = M_L.\left(\frac{2\pi}{T_L}\right)^2.d \quad \Rightarrow \quad T_L = 2\pi\sqrt{\frac{d^3}{GM_T}} = 2{,}36.10^6\ s = 27{,}42\ días}$$

Opción de problemas nº 2

1.2. Cuatro masas (que se considerarán puntuales) de valor ***m=2 kg*** cada una, se encuentran en los vértices de un rectángulo en el plano **XY** de lados ***l_1 =1 m*** y ***l_2=2 m***. El sistema solamente puede girar alrededor del eje **Z** que pasa por una de las partículas. **a)** Encontrar el momento



de inercia del sistema respecto al eje de giro mencionado **b)** Si sabemos que la energía cinética del sistema es ***125 J*** ¿cuánto valdrá la velocidad angular del mismo? **c)** Si se produce un aumento de la energía cinética de rotación de **10 J** ¿cuál será el momento angular del sistema?

SOLUCIÓN

a) Supondremos que el sistema gira en el sentido indicado. El momento de inercia del mismo respecto al eje *OZ* viene dado por la expresión: $I_z = \sum_{i=1}^{n} m_i d_i^2 = md_1^2 + md_2^2 + md_3^2$ donde se ha ignorado la masa situada en el origen de coordenadas, pues su distancia al eje de rotación es nula. Además $d_2 = \sqrt{2^2+1^2} = \sqrt{5}\ m$. Sustituyendo datos:

$$\boxed{I_z = 2.2^2 + 2.(\sqrt{5})^2 + 1.2^2 = 20\ kg.m^2}$$

b) La energía cinética de rotación viene dada por la expresión $E_{Crot} = \frac{1}{2} I_z \omega^2$. Sustituyendo valores numéricos resulta: $125 = \frac{1}{2} 20\omega^2 \quad \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{12,5} = \underline{3,53\ rad.s^{-1}}$

b) Ahora la energía cinética de rotación es ***135 J***. La nueva velocidad angular es:

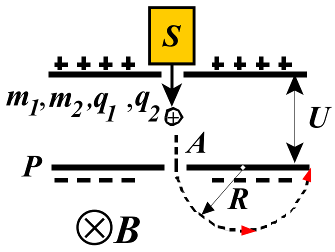
$$135 = \frac{1}{2} 20\omega_1^2 \quad \Rightarrow \quad \omega_1 = \sqrt{13,5} = \underline{3,67\ rad.s^{-1}}$$

El momento angular del sistema es entonces:

$$\boxed{\vec{L}_z = I_z.\vec{\omega}_1 \quad ; \quad \vec{L}_z = 20.3,67\vec{k} = 73,48\vec{k}\ kg.m^2.s^{-1}}$$

Este resultado varía en signo si en lugar de suponer el sentido de giro indicado, elegimos el sentido contrario.

2.2. Una fuente puntual **S** de iones positivos emite un haz muy fino de partículas de masas m_1 y m_2 y cargas q_1 y q_2 respectivamente, con velocidad inicial despreciable. Dichas partículas se acelerarán por medio de una diferencia de potencial ***U*** hacia el orificio ***A*** de una placa ***P*** (ver figura). Una vez que atraviesan **A**, se encuentran un campo magnético perpendicular al plano del papel que desvía su trayectoria. **a)** ¿dónde será el potencial eléctrico mayor, a la salida de la fuente ***S*** o a la altura del orificio *A*? **b)** ¿qué velocidad tendrá cada tipo de partículas al alcanzar el orificio *A*? **c)** Describe analíticamente la trayectoria que describirán los dos tipos de partículas una vez atravesado el orificio ***A***.



Datos: *B= 0.2 T*; m_1= *3,2.10*$^{-25}$ *kg*; m_2 =*3,232.10*$^{-25}$ *kg* ; *U= 2000 V* ; q_1= q_2 =*1,6.10*$^{-19}$ *C*;

SOLUCIÓN

a) Obviamente el potencial eléctrico es mayor a la salida de la fuente ***S***, pues en otro caso los iones positivos nunca podrían abandonarla.

b) La conservación de la energía aplicada entre la salida de la fuente y el punto ***A*** nos proporciona la siguiente igualdad:

$$E_{Electrica} = E_{Cinética} \quad ; \quad q.U = \frac{1}{2}mv^2 \quad \Rightarrow \quad q_1.U = \frac{1}{2}m_1v_1^2 \quad y \quad q_2.U = \frac{1}{2}m_2v_2^2$$

de las que obtenemos las respectivas velocidades:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2q_1U}{m_1}} = 44723{,}39\ m.s^{-1} \quad \text{y} \quad v_2 = \sqrt{\frac{2q_2U}{m_2}} = 44499{,}4\ m.s^{-1}$$

c) Como es sabido cuando una partícula móvil penetra en un campo magnético perpendicular a su dirección está sometido a una fuerza (Lorentz) que la desvía de su trayectoria, describiendo bajo su acción arcos de circunferencia con velocidad constante. El radio de dicha circunferencia puede determinarse sin más que aplicar la 2ª Ley de la Dinámica. En efecto:

$$\sum F_c = m.a_c \quad ; \quad \left|q_1(\vec{v}_1 \times \vec{B})\right| = m_1\frac{v_1^2}{R_1} \quad y \quad \left|q_2(\vec{v}_2 \times \vec{B})\right| = m_2\frac{v_2^2}{R_2}$$

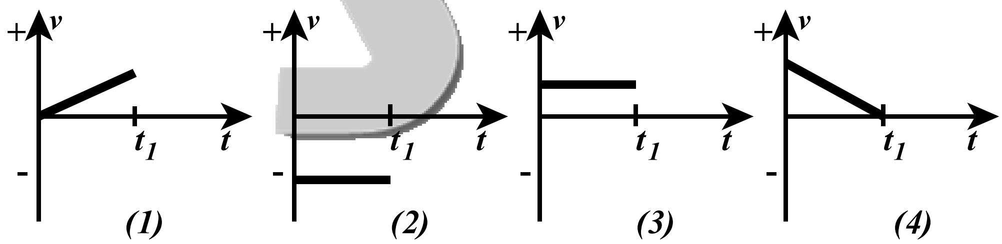
Al ser $\vec{v}$ y $\vec{B}$ perpendiculares los módulos de los productos vectoriales se reducen al producto de loas módulos de ambas magnitudes. Simplificando cada una de las ecuaciones y sustituyendo valores numéricos resulta:

$$\boxed{R_1 = \frac{m_1v_1}{q_1B} = \frac{3{,}232.10^{-25}.44723{,}39}{1{,}6.10^{-19}.0{,}2} = 0{,}447\ m}$$

$$\boxed{R_2 = \frac{m_2v_2}{q_2B} = \frac{3{,}232.10^{-25}.44499{,}4}{1{,}6.10^{-19}.0{,}2} = 0{,}449\ m}$$

CUESTIONES (1 Punto cada una)

A. La cuatro gráficas que se muestran en la figura representan la variación de la velocidad con el tiempo de cuatro partículas que se desplazan a lo largo del eje ***X***. Si todas parten del mismo punto,¿Cuál de ellas estará más alejada del punto de partida al cabo de un tiempo $t = t_1$?



SOLUCIÓN

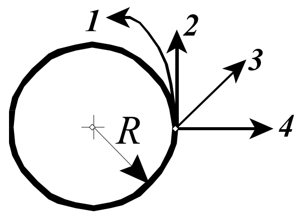
Es conocido que el ***área encerrada*** por las gráficas velocidad-tiempo representan el espacio recorrido, o si se prefiere, la posición final alcanzada a partir de una determinada, en este caso, conocida y la misma para todos. Basta observar que la marcada con el ***nº 2*** es la que mayor área encierra con el eje ***OX,*** por lo que esta partícula será la más lejana al punto de partida.

B. El teorema de la energía cinética afirma: "*El trabajo total desarrollado sobre una partícula es igual a la variación de energía cinética que experimenta ésta*". ¿Es válido este teorema cuando actúan fuerzas no conservativas como las de rozamiento? Justifica la respuesta.

SOLUCIÓN

Sí, pero agregando el trabajo debido a las ***fuerzas no conservativas***, es decir: $W_c + W_{nc} = \Delta E_C$. Debe tenerse en cuenta que, normalmente, ***el trabajo no conservativo*** es de signo opuesto al realizado por las fuerzas conservativas.

C. La figura muestra una vista desde arriba, del movimiento de una bola sujeta por una cuerda de longitud ***R*** que describe un movimiento circular con velocidad constante en el sentido contrario a las agujas del reloj. Si la cuerda se rompe en el momento indicado en la figura: **a)** ¿Cuál de las cuatros trayectorias dibujadas seguirá la bolita? **b)** ¿A qué fuerzas se encuentra sometida la bolita justo antes y justo después de romperse la cuerda?



SOLUCIÓN

a) La trayectoria ***nº 2***, pues al desaparecer la fuerza de ligadura, esto es, la tensión de la cuerda, no hay otra fuerza aplicada sobre la bola salvo el peso y abandona la trayectoria por la tangente.
b) A la tensión de la cuerda y a su peso
c) A ninguna, a excepción de su propio peso.

D. a) Escribe la ecuación de una onda transversal que se propaga en una cuerda en la dirección del eje **Z**. **b)** ¿Qué diferencia existe entre la velocidad de propagación de la onda y la de vibración de un punto de la cuerda? Deduce una expresión analítica para ambas velocidades.

SOLUCIÓN

a) $\psi(z,t) = A \,\mathrm{sen}\, 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda}\right)$

b) La velocidad de propagación del fenómeno ondulatorio es $v_p = \frac{\lambda}{T}$ suponiendo que lo haga con movimiento uniforme. En cambio, la velocidad de vibración, es la de cada una de las partículas del medio. Su valor se obtiene así: $v_{vib} = \frac{d\psi}{dt} = \frac{2\pi A}{T}\cos 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda}\right)$ cuyo valor máximo y mínimo son respectivamente:

$$\left.v_{vib}\right)_{Máx} = \frac{2\pi A}{T} \quad \text{y} \quad \left.v_{vib}\right)_{Mín} = 0$$

E. Una expresión habitual para la energía potencial gravitatoria es *Ep = mgh.* ¿Es válida siempre esta expresión? Justifica la respuesta.

SOLUCIÓN

Esta expresión es únicamente válida para pequeños valores de ***h***, es decir, en las cercanías de la superficie terrestre. Para distancias mayores debe utilizarse la expresión $E_P = -G\dfrac{Mm}{r}$ en la que M es la masa del planeta (Tierra en este caso) y r la distancia del objeto al centro de la misma. Es relativamente sencillo deducir la expresión que sugiere la cuestión a partir de la más general, sin más que considerar la diferencia de energías potenciales entre la superficie y la de una altura $r+h$ siendo $h << R_T$

F. Un cuerpo cargado describe una trayectoria circular de radio ***R=1 cm*** en presencia de un campo magnético constante dirigido a lo largo del eje **Z**. Sabiendo que la aceleración centrípeta de la partícula es ***0,1 m/s²*** y que la relación carga masa de la partícula es ***q/m=10⁻⁴ C/kg*** ¿cuál será el valor del campo magnético al que se encuentra sometido el cuerpo?

SOLUCIÓN

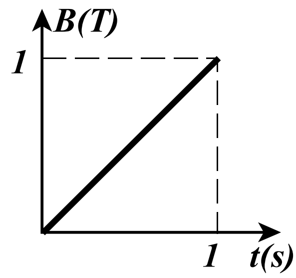
La partícula está sometida a la fuerza magnética de Lorentz $\vec{F} = q(\vec{v}\times\vec{B})$ que le hace describir arcos de circunferencia en tanto permanezca en el interior del campo magnético. Aplicando la 2ª Ley de la Dinámica:

$$\left|\sum F_c\right| = m.a_c \quad ; \quad q.v.B = m.a_c \quad ; \quad 10^{-4}v.B = 0{,}1 \quad \Rightarrow \quad B = \frac{10^3}{v}$$

. Por otro lado, la aceleración centrípeta es $a_c = \dfrac{v^2}{R}$; $v = \sqrt{0{,}1.10^{-2}} = \sqrt{10^{-3}}\ m.s^{-1}$. De ambas expresiones:

$$\boxed{B = \frac{10^3}{\sqrt{10^{-3}}} = \underline{31622{,}7\ T}}$$

G. En una espira cuadrada sometida a un campo magnético perpendicular a su superficie y variable en el tiempo como se muestra en al figura, se induce una f.e.m de ***1 V*** .Se pide: **a)** ¿Cuánto valdrá el lado de la espira? **b)** ¿Puedes enunciar la ley física en la que fundamentas la respuesta anterior?



SOLUCIÓN

a) La f.e.m la proporciona la ley de Faraday-Henry:

$|\varepsilon| = N\dfrac{\Delta\phi}{\Delta t}$ siendo $\phi = \vec{B}.\vec{S}$. Bastará sustituir valores teniendo en cuenta que el vector normal a la superficie de la espira y el vector inducción magnética tienen la misma dirección y sentido. Además, ***N=1*** y la superficie de la espira $S = l^2$:

$$\boxed{1 = \frac{\phi_2 - \phi_2}{\Delta t} \quad ; \quad 1 = \frac{1.l^2 - 0.l^2}{1} \quad ; \quad l^2 = 1 \quad \Rightarrow \quad \underline{l = 1\,m}}$$

b) Se trata de la Ley de Faraday-Henry. Ver Teoría del capítulo correspondiente.

FÍSICA-LOGSE

Selectividad - Cantabria, junio 2000

1.- El alumno elegirá una sola de las dos opciones de problemas, así como tres de las cinco cuestiones propuestas 2.- No deben resolverse problemas de opciones diferentes, ni tampoco más de cinco cuestiones

<u>CUESTIONES</u>(2 Puntos cada una)

A. Dos satélites de masas $m_1=m$ y $m_2=4m$ describen sendas trayectorias circulares alrededor de la Tierra, de radios $R_1=R$ y $R_2=2R$ respectivamente. Se pide: **a)** ¿Cuál de las masas precisará más energía para escapar de la atracción gravitatoria terrestre? **b)** ¿Cuál de las masas tendrá una mayor velocidad de escape?

<u>SOLUCIÓN</u>

a) La energía total de una órbita, suma de la energía potencial gravitatoria y cinética viene dada por la expresión $E=-G\frac{Mm}{2r}$. Para cada una de las órbitas dadas: $E_1=-G\frac{Mm}{2R}$ y $E_2=-G\frac{M4m}{4R}$

lo que permite afirmar que el satélite de masa m_1 necesita ***mayor*** energía, es decir $E_1>E_2$. ¡Ojo con el signo negativo de las energías!

b) Consecuencia lógica de lo anterior es que de acuerdo con la conservación de la energía:

$$-G\frac{Mm}{2R}+\frac{1}{2}mv_1^2=E(\infty)=0 \quad ; \quad v_1=\sqrt{\frac{GM}{R}}$$

$$-G\frac{Mm}{R}+\frac{1}{2}mv_2^2=E(\infty)=0 \quad ; \quad v_2=\sqrt{\frac{GM}{2R}}$$

de manera que, efectivamente, $v_1>v_2$, por tanto, a mayor velocidad de escape, mayor energía.

B. Una onda transversal se propaga por una cuerda, siendo su ecuación (en unidades del **SI**) $y=0{,}05\,\text{sen}(4\pi t-2\pi x)$ .Se pide: **a)** ¿Cuánto vale la velocidad de propagación de la onda? **b)** ¿Cuál será la velocidad de un punto que se encuentra a ***2 m*** del origen en el instante ***t=5 s***?

<u>SOLUCIÓN</u>

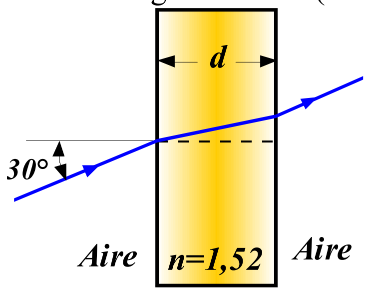
a) Poniendo la onda en forma standard $y=0{,}05\,\text{sen}\,2\pi(2t-x)$ se ve que: $T=\frac{1}{2}\,s$ y $\lambda=1\,m$.

De ello se deduce que : $\boxed{v_p=\frac{\lambda}{T}=2\ m.s^{-1}}$

b) La velocidad de vibración es:

$$\boxed{\frac{dy}{dt} = 0{,}2\pi\cos(4\pi t - 2\pi x)\Big|_{x=2\ ;\ t=5} = 0{,}2\pi\cos(8\pi - 10\pi) = 0{,}2\pi\ m.s^{-1}}$$

C . Un estrecho haz de luz de frecuencia ***f=5.10^14^ Hz*** incide sobre un cristal de índice de refracción ***n=1,52*** y anchura ***d*** . El haz incide desde el aire formando un ángulo de ***30°*** (ver figura). Se pide: **a)** ¿Cuánto vale la longitud de onda de la luz incidente en el aire y en el cristal? **b)** Enuncia la ley de Snell para la refracción. **c)** ¿Cuál será el ángulo que forma el haz de luz cuando atraviesa el cristal y entra de nuevo en el aire?
Datos: $c = 3.10^5\ km/s$



SOLUCIÓN

a) Para el ***aire***: $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3.10^8}{5.10^{14}} = 6.10^{-7}\ m$

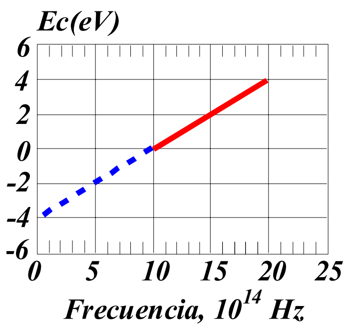
Para el ***cristal***: La velocidad de la luz en el cristal depende del índice de refracción:
$v = \frac{c}{n} = \frac{3.10^8}{1{,}52} = 1{,}97.10^8\ m.s^{-1}$ y la longitud de onda $\lambda_1 = \frac{v}{f} = \frac{1{,}97.10^8}{5.10^{14}} = 3{,}9.10^{-7}\ m$

b) La Ley de Snell establece la relación entre los ángulos de incidencia y refracción y los índices de los medios en los que se propaga: $\boxed{n_1 \operatorname{sen}\varepsilon_i = n_2 \operatorname{sen}\varepsilon_r}$
c) Para el caso que nos ocupa, bastará aplicar la Ley de Snell dos veces:

Para el rayo incidente: $1\operatorname{sen}30° = 1{,}52\operatorname{sen}\varepsilon_r$ y para el rayo emergente:
$$1{,}52\operatorname{sen}\varepsilon_r = 1\operatorname{sen}\varphi$$
De estas dos igualdades: $\boxed{1\operatorname{sen}30° = 1\operatorname{sen}\varphi \quad\Rightarrow\quad \varphi = 30°}$

Luego el ángulo de salida de la lámina es igual al de entrada.

D. La gráfica que se muestra en la figura, representa la máxima energía cinética de los electrones emitidos por un metal en función de la frecuencia de la luz incidente. **a)** Escribir la expresión analítica que relaciona la energía cinética de los electrones emitidos con el trabajo de extracción y la energía de los fotones incidentes. A partir de la gráfica deducir aproximadamente: **b)** El trabajo de extracción. **c)** La constante de Planck.
Datos: $1\ eV=1{,}6.10^{-19}\ J$



SOLUCIÓN

De la gráfica puede obtenerse la frecuencia umbral, es decir, aquella para la cuál el metal comienza a emitir electrones:

$$f_o = 10.10^{14} = 10^{15}\ Hz$$

a) Basta aplicar la conservación de la energía:

Energía incidente=Trabajo de extracción+ Energía cinética

$$E_i = W_o + E_c \quad ; \quad hf_i = hf_o + \frac{1}{2}mv^2$$

b) El trabajo de extracción se obtiene sin más que prolongar la gráfica de la energía en función de la frecuencia hasta cortar al eje vertical (Línea discontinua azul). De acuerdo con esto:

$$W_o = 4\ eV = 4.1{,}6.10^{-19} = 6{,}4.10^{-19}\ J$$

c) Dado que la gráfica nos permite conocer el trabajo de extracción, teniendo en cuenta la relación de esta magnitud con la frecuencia:

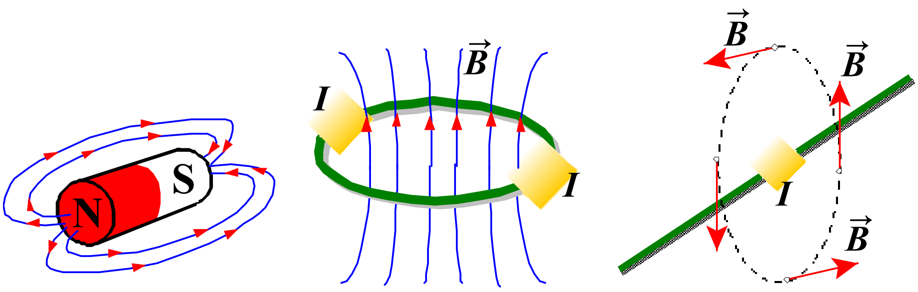
$$\boxed{W_o = h.f_o \quad ; \quad h = \frac{W_o}{f_o} = \frac{4.1{,}6.10^{-19}}{10^{15}} = 6{,}4.10^{-34}\ J.s}$$

E. Dibujar las líneas de campo magnético que crean: **a)** Un imán permanente de forma cilíndrica **b)** Una espira circular por la que circula una corriente continua **c)** Un hilo rectilíneo muy largo por el que circula una corriente continua. **Nota:** Indicar en el dibujo claramente las direcciones y sentidos de los campos y las corrientes.

SOLUCIÓN

a) En la figura (**a**) se ven las líneas de campo del imán. Observar que salen de la cara NORTE y van a parar a la cara SUR

b) En la espira la corriente tiene sentido antihorario. La regla de la mano derecha proporciona el sentido del vector inducción magnética. (Ver Teoría). Desde una vista superior, presenta una cara NORTE .



(a) *(b)* *(c)*

a) La corriente en el conductor, de acuerdo con la regla de la mano derecha – el dedo pulgar debe señalar el sentido de la corriente y el giro del resto de los dedos indica la dirección del vector inducción magnética – nos da idea de cómo debe ser el vector inducción magnética en varios puntos del espacio.

PROBLEMAS [2 Puntos cada uno]

Opción de problemas nº 1

b) Una de las lunas de Júpiter, **Io**, describe una trayectoria de radio medio ***r=4,22.10⁸ m*** y periodo ***T=1,53.10⁵ s.*** Se pide: **a)** El radio medio de la órbita de otra luna de Júpiter, **Calisto**, sabiendo que su periodo es ***1,44.10⁶ s*** **b)** Conocido el valor de G, encontrar la masa de Júpiter.

Datos: $G=6,67.10^{-11}$ unidades SI

SOLUCIÓN

c) La tercera Ley de Kepler $T^2 = kr^3$ "*el cuadrado del período de revolución del satélite alrededor del planeta es directamente proporcional al cubo del radio medio de su órbita*" nos proporciona la solución. En efecto: $T_1^2 = kr_1^3$; $T_2^2 = kr_2^3$ y dividiendo ambas nos da la relación entre períodos y radios de las órbitas, y de ella el valor del radio de **Calisto**:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{r_2^3} \quad ; \quad \left(\frac{1{,}53.10^5}{1{,}44.10^6}\right)^2 = \left(\frac{4{,}22.10^8}{r_2}\right)^3 \quad \Rightarrow \quad r_2 = 1{,}88.10^9 \ m$$

c) Basta aplicar la 2ª Ley de la Dinámica al movimiento de una de las Lunas, **Io**, por ejemplo:

$$\sum F_c = ma_c \quad ; \quad G\frac{Mm_1}{r_1^2} = m_1\left(\frac{2\pi}{T_1}\right)^2 r_1 \quad \Rightarrow \quad M = \frac{4\pi^2}{T_1^2}\frac{r_1^3}{G} = \underline{1{,}9.10^{27} \ kg}$$

2.1. Una bobina cuadrada, plana, con ***100*** espiras de lado ***L=5 cm***, está situada en el plano ***XY***. Si aplicamos un campo magnético dirigido a lo largo del eje ***Z*** que varía entre ***0,5 T*** y ***0,2 T*** en el intervalo de ***0,1 s***: **a)** ¿Qué fuerza electromotriz (f.e.m.) se inducirá en la bobina? **B)** Si ahora el campo permanece constante de valor ***0,5 T*** y la espira gira en ***1 segundo*** hasta colocarse sobre el plano ***XZ***, ¿cuál será la f.e.m. inducida en este caso? **C)** Si en el caso **b)** la espira se desplaza a lo largo del eje ***Z*** sin girar; ¿Cuál será la f.e.m. inducida?

SOLUCIÓN

d) La **f.e.m** inducida la calculamos aplicando la Ley de Faraday-Henry:

$$|\varepsilon| = N\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = NS\frac{|B_2 - B_1|}{\Delta t} = 100.(5.10^{-2})^2\frac{|0{,}2-0{,}5|}{0{,}1} = 100.25.10^{-4}.3 = \underline{0{,}75 \ V}$$

e) Si la espira gira ***90°*** el flujo que atraviesa su superficie en la posición final es nulo, ya que los vectores $\vec{B}$ y $\vec{S}$ son perpendiculares entre sí. En efecto:

$$\phi_1 = B_1.S.\cos 0° = 0{,}5.(5.10^{-2})^2 = 12{,}5.10^{-4} \ Wb$$
$$\phi_2 = B_2.S.\cos 90° = 0{,}5.(5.10^{-2})^2.0 = 0 \ Wb$$

Por tanto, aplicando de nuevo la Ley de Faraday, tendremos:

$$\boxed{|\varepsilon| = N\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = 100\frac{12{,}5.10^{-4}}{1} = \underline{0{,}125\ V}}$$

f) Al desplazarse a lo largo del eje ***OZ*** sin girar, el número de líneas de campo que atraviesan su superficie permanece invariable, o lo que es lo mismo, el ***flujo*** no cambia con el tiempo. De acuerdo con la Ley de Faraday, no habrá pues f.e.m inducida alguna:

$$\boxed{\varepsilon = 0\ V}$$

Opción de problemas nº 2

1.2. Una masa de ***1 kg*** vibra horizontalmente a lo largo de un segmento de ***20 cm*** de longitud con un movimiento armónico de periodo ***T=5 s***. Determinar: **a)** La ecuación que describe cada instante de tiempo la posición de la masa. **B)** La fuerza recuperadora cuando el cuerpo está en los extremos de la trayectoria. **C)** La posición en la que la energía cinética es igual al triple de la energía potencial.

<u>SOLUCIÓN</u>

a) Vamos a determinar en primer lugar la pulsación ω del movimiento: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{5}\ rad.s^{-1}$. La ecuación que da la posición es entonces: $x(t) = 10\,\mathrm{sen}\left(\frac{2\pi}{5}t + \varphi_o\right)$. Admitiremos, que falta de condiciones iniciales, la fase inicial o desfase $\varphi_o = 0$, es decir en ***t=0*** , ***x=0***. Por tanto la ecuación es:

$$\boxed{x(t) = 10\,\mathrm{sen}\,\frac{2\pi}{5}t}$$

b) El módulo de la fuerza recuperadora es: $|F| = K.x$ siendo en este caso $x = A$ y $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$ que sustituyendo datos nos da $K = \left(\frac{2\pi}{5}\right)^2 = 1{,}58\ N.m^{-1}$ y para la fuerza:

$$\boxed{F = 1{,}58.0{,}1 = 0{,}158\ N}$$

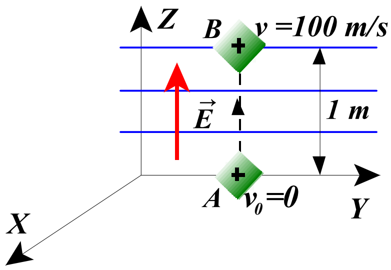
g) La conservación de la energía nos dará la posición x en que se verifica esta condición:

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2}KA^2 \quad ; \quad 3.\frac{1}{2}Kx^2 + \frac{1}{2}Kx^2 = \frac{1}{2}KA^2 \quad \Rightarrow \quad 4Kx^2 = KA^2$$

$$\boxed{x = \frac{A}{2} = \frac{10}{2} = 5\ cm}$$

2.2. En una posición del espacio ***A***, donde existe un campo eléctrico uniforme dirigido a lo largo del eje ***Z*** positivo, se coloca una partícula cargada de carga ***q=10⁻⁶ C*** y masa ***m=10⁻⁶ kg*** con velocidad inicial nula. Debido a la acción del campo eléctrico esta partícula se acelerará hasta otra posición ***B*** donde llega con una velocidad cuyo módulo es ***100 m/s*** tras recorrer ***1***

m. Se pide: **a)** ¿cuál es la dirección y sentido de la velocidad? **B)** Dibujar las superficies equipotenciales de ese campo eléctrico **c)** ¿cuánto valdrá la diferencia de potencial entre los dos puntos ***A*** y ***B***? **d)** ¿cuánto vale el campo eléctrico (dirección, módulo y sentido) ¿ **Nota**: Despreciar la fuerza de la gravedad



SOLUCIÓN

a) La velocidad estará dirigida en el sentido positivo del eje ***OZ***, es decir, $\vec{v} = v\vec{k}$, ya que al estar la partícula cargada positivamente, seguirá el sentido del campo eléctrico. La figura adjunta ilustra la anterior exposición.

b) Puesto que las superficies equipotenciales deben ser siempre ***perpendiculares*** a las líneas de fuerza del campo eléctrico, están representadas paralelamente al plano ***OXY*** en color ***azul***.

c) Para determinar la ***d.d.p*** entre los puntos ***A*** y ***B*** es suficiente aplicar la conservación de la energía entre ambos puntos:

$$\boxed{\frac{1}{2}mv_o^2 + qV = \frac{1}{2}mv^2 \quad ; \quad 10^{-6}.V = \frac{1}{2}10^{-6}.100^2 \quad \Rightarrow \quad \underline{V = 5000\ V}}$$

d) El módulo de la intensidad de campo eléctrico está relacionado con el potencial mediante la expresión:

$$\boxed{|E| = \frac{V}{d} = \frac{5000}{1} = 5000\ V.m^{-1} \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = 5000\vec{k}\ V.m^{-1}}$$

FÍSICA-LOGSE

Selectividad - Cantabria, septiembre 2000

1.- El alumno elegirá una sola de las dos opciones de problemas, así como tres de las cinco cuestiones propuestas
2.- No deben resolverse problemas de opciones diferentes, ni tampoco más de cinco cuestiones

CUESTIONES(2 Puntos cada una)

A. Un cuerpo describe una trayectoria circular alrededor de la Tierra a una altura ***h*** sobre la superficie terrestre, tal que el valor de ***g*** a dicha altura es la cuarta parte del que existe en la superficie de la Tierra. **a)** ¿Cuánto vale la mencionada altura ***h***? **b)** ¿Cuánto vale la velocidad del cuerpo en la órbita? **Datos:** $g_o = 9{,}8\ m/s^2$; $R_T = 6370\ km$

SOLUCIÓN

a) La aceleración de la gravedad a una altura ***h*** de la superficie terrestre vale:

$$g = G\frac{M}{(R_T + h)^2} \text{ y en la superficie } g_o = G\frac{M}{{R_T}^2}.$$

De acuerdo con la cuestión $G\dfrac{M}{(R_T+h)^2}=\dfrac{1}{4}G\dfrac{M}{R_T^2}$ simplificando y despejando el valor de h resulta: $(R_T+h)^2=4R_T^2 \quad ; \quad R_T+h=2R_T \quad \Rightarrow \quad \underline{h=R_T=6370\ km}$

h) La 2ª Ley de la Dinámica nos proporciona el resultado. En efecto:

$$\boxed{\sum F=m.a_c \quad ; \quad G\frac{M.m}{(R_T+h)^2}=m\frac{v^2}{R_T+h} \quad \Rightarrow \quad v=\sqrt{\frac{GM}{R_T+h}}=\sqrt{\frac{g_o R_T^2}{2R_T}}=5587\ m.s^{-1}}$$

B. Dos partículas describen sendos movimientos armónicos simples (m.a.s.) de frecuencias ***f_1=1 kHz*** y ***f_2=2 kHz*** y de la misma amplitud ***A=1 cm***. **a)** ¿En qué instante de tiempo la partícula ***2*** tendrá la misma velocidad que la que tiene la partícula ***1*** en ***t=1 s*** ? **b)** ¿Cuál de los dos m.a.s. tendrá una mayor energía mecánica sabiendo que la masa de ambas partículas es la misma, ***m_1=m_2=10^{-3} kg***?

SOLUCIÓN

a) Las ecuaciones de la posición y velocidad de ambos movimientos son:

$$x_1(t)=A\,\mathrm{sen}\,\omega_1 t \quad ; \quad v_1(t)=A\omega_1\cos\omega_1 t$$
$$x_2(t)=A\,\mathrm{sen}\,\omega_2 t \quad ; \quad v_2(t)=A\omega_2\cos\omega_2 t$$

Igualemos las velocidades de ambas según las condiciones del problema:

$$2\pi.10^3\cos 2\pi 10^3=2\pi.2.10^3\cos 2\pi.2.10^3 t_2 \quad ; \quad 1=2\cos 4\pi 10^3 t_2$$
$$\boxed{\frac{1}{2}=\cos 4\pi 10^3 t_2 \quad ; \quad 4\pi 10^3 t_2=\frac{\pi}{3} \quad \Rightarrow \quad t_2=8{,}33.10^{-3}\ s}$$

(Esta solución no es única. De hecho, tiene infinitas soluciones)

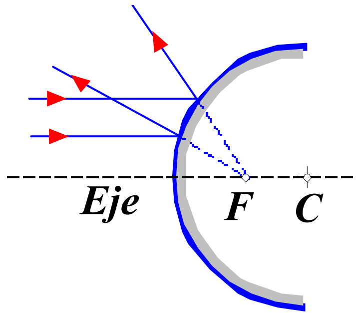
b) La energía mecánica es suma de la energía cinética y potencial, pero resulta más sencillo calcular la energía total, bien en forma de energía cinética o potencial:

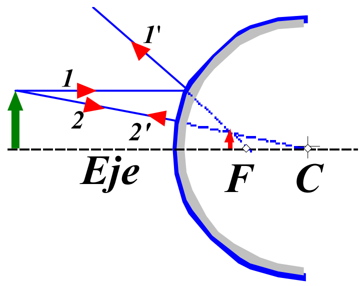
$$E_1(Mec)=\frac{1}{2}KA^2=\frac{1}{2}m_1\omega_1^2A^2=0{,}5.10^{-3}.(2\pi.10^3)^2(10^{-2})^2=1{,}97\ J$$
$$E_2(Mec)=\frac{1}{2}KA^2=\frac{1}{2}m_2\omega_2^2A^2=0{,}5.10^{-3}.(2\pi..2.10^3)^2(10^{-2})^2=7{,}896\ J$$

C. a) Define el concepto de foco de un espejo circular convexo. **b)** ¿Cómo será la imagen que de un objeto situado delante de un espejo convexo?. Indicar recurriendo a una construcción de diagrama de rayos, si la imagen es real o virtual, invertida o no y de mayor o menor tamaño.

SOLUCIÓN

a) ***FOCO***: Punto del eje principal del espejo en el que se cortan las prolongaciones de los rayos que inciden paralelos a dicho eje. (Figura 1)





b) Por tanto, la imagen es ***VIRTUAL*** (formada por la prolongación de los rayos) , derecha y de menor tamaño que el objeto.(Figura 2)

D. a) ¿Qué expresiones relacionan la vida media con la constante de desintegración y el período de semidesintegración de una sustancia radiactiva? **b)** Si tenemos una muestra de $\mathbf{10^{23}}$ átomos de un determinado isótopo radiactivo, con un periodo de semidesintegración de ***27 días*** ¿cuántos átomos quedarán al cabo de un año?

SOLUCIÓN

a) Si disponemos de una muestra de N_o núcleos de una sustancia radiactiva, la desaparición de los mismos en función del tiempo viene dada por $\frac{dN}{dt} = -\lambda N$ ecuación que integrada da: $N = N_O e^{-\lambda t}$ siendo λ la ***constante de desintegración.***

Se llama ***periodo de semidesintegración*** al tiempo que una muestra radiactiva tarda en reducirse a la mitad. De acuerdo con esta definición: $\frac{N_o}{2} = N_O e^{-\lambda T}$; $T = \frac{Ln\,2}{\lambda}$. Por otro lado, la vida media es: $\tau = \frac{1}{\lambda}$.

b) La vida media es en este caso $\lambda = \frac{Ln\,2}{27} = 0{,}0256\ días^{-1}$. Para saber los átomos que quedan después de ***1 año=365 días***: $\boxed{N = 10^{23}\, e^{-0{,}0256.365} = 8{,}52.10^{18}\ átomos}$

E. Discute razonadamente las siguientes afirmaciones indicando su veracidad o falsedad: **a)** En una espira se induce una fuerza electromotriz siempre que el flujo magnético que la atraviesa sea no nulo. **b)** Para que se induzca una fuerza electromotriz, en una espira, es necesario que el flujo magnético que la atraviesa sea variable en el tiempo. **c)** Únicamente se puede inducir una fuerza electromotriz en una espira cuando el flujo magnético que la atraviesa varía sinusoidalmente con el tiempo.

SOLUCIÓN

a) Falso. Para que se induzca f.e.m lo que debe ocurrir es que *el flujo que atraviesa la espira **varíe** con el tiempo.*

b) Cierto. Constituye la Ley de Faraday-Henry. Recordar: $|\varepsilon| = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$

c) Falso. No sólo ocurre cuando el flujo varía sinusoidalmente con el tiempo, sino ***siempre*** que el flujo varíe con el tiempo bajo cualquier forma.

<u>PROBLEMAS</u> [2 Puntos cada uno]

Opción de problemas nº1

1.1. Un astronauta hace experimentos con un péndulo simple de ***1 m*** de longitud en la superficie de un planeta que tiene un radio que es la séptima parte del radio terrestre. Si el periodo de oscilación del péndulo es ***2,5 s***: **a)** ¿cuál es la masa del planeta? **b)** ¿cuál será la velocidad de escape en dicho planeta? **Datos:** $R_T = 6.370\ km$; $G=6,67.10^{-11}$ *unidades S.I.*

<u>SOLUCIÓN</u>

a) El período de un péndulo simple viene dado por la expresión

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_p}} \quad ; \quad g_p = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$$

La expresión de la intensidad de campo gravitatorio en el planeta es $g_p = \frac{GM_p}{R_p^2} = \frac{GM_p}{\left(R_T/7\right)^2}$

De ambas ecuaciones resulta: $\boxed{M_p = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \frac{R_T^2}{49G} = 7{,}84.10^{22}\ kg}$

a) Bastará aplicar la conservación de la energía entre la superficie del planeta y el infinito:

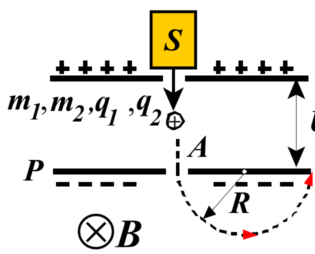
$$E_c + E_p)_{Sup} = E_c + E_p)_\infty \quad ; \quad \frac{1}{2}mv_e^2 - G\frac{M_p m}{R_p} = 0$$

ya que en el infinito la energía potencial es nula y basta con que llegue con velocidad prácticamente nula. Despejando la velocidad, resulta:

$$\boxed{v_e = \sqrt{\frac{2GM_p}{R_p}} = \sqrt{\frac{2GM_p.7}{R_T}} = 3391\ m.s^{-1}}$$

Como puede observarse, se ha expresado la velocidad de escape en este planeta en función de los datos de la Tierra.

2.1. Una fuente puntual **S** de iones positivos emite un haz muy fino de partículas de masas m_1 y m_2 y cargas q_1 y q_2 respectivamente, con velocidad inicial despreciable. Dichas partículas se acelerarán por medio de una diferencia de potencial ***U*** hacia el orificio ***A*** de una placa ***P*** (ver figura). Una vez que atraviesan **A**, se encuentran un campo magnético perpendicular al plano del papel que desvía su trayectoria. **a)** ¿dónde será el potencial eléctrico mayor, a la



salida de la fuente ***S*** o a la altura del orificio ***A***? **b)** ¿qué velocidad tendrá cada tipo de partículas al alcanzar el orificio ***A***? **c)** Describe analíticamente la trayectoria que describirán los dos tipos de partículas una vez atravesado el orificio ***A***. **Datos**: $B= 0.2\ T$; $m_1= 3,2.10^{-25}\ kg$; $m_2 =3,232.10^{-25}\ kg$; $U= 2000\ V$ $q_1= q_2 =1,6.10^{-19}\ C$;

SOLUCIÓN

a) Obviamente el potencial eléctrico es mayor a la salida de la fuente ***S***, pues en otro caso los iones positivos nunca podrían abandonarla.

b) La conservación de la energía aplicada entre la salida de la fuente y el punto ***A*** nos proporciona la siguiente igualdad:

$$E_{Electrica} = E_{Cinética} \quad ; \quad q.U = \frac{1}{2}mv^2 \quad \Rightarrow \quad q_1.U = \frac{1}{2}m_1v_1^2 \quad y \quad q_2.U = \frac{1}{2}m_2v_2^2$$

de las que obtenemos las respectivas velocidades:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2q_1U}{m_1}} = 44723,39\ m.s^{-1} \quad \text{y} \quad v_2 = \sqrt{\frac{2q_2U}{m_2}} = 44499,4\ m.s^{-1}$$

c) Como es sabido cuando una partícula móvil penetra en un campo magnético perpendicular a su dirección está sometido a una fuerza (Lorentz) que la desvía de su trayectoria, describiendo bajo su acción arcos de circunferencia con velocidad constante. El radio de dicha circunferencia puede determinarse sin más que aplicar la 2ª Ley de la Dinámica. En efecto:

$$\sum F_c = m.a_c \quad ; \quad \left|q_1(\vec{v}_1 \times \vec{B})\right| = m_1\frac{v_1^2}{R_1} \quad y \quad \left|q_2(\vec{v}_2 \times \vec{B})\right| = m_2\frac{v_2^2}{R_2}$$

Al ser $\vec{v}$ y $\vec{B}$ perpendiculares los módulos de los productos vectoriales se reducen al producto de loas módulos de ambas magnitudes. Simplificando cada una de las ecuaciones y sustituyendo valores numéricos resulta:

$$\boxed{R_1 = \frac{m_1v_1}{q_1B} = \frac{3,232.10^{-25}.44723,39}{1,6.10^{-19}.0,2} = 0,447\ m}$$

$$\boxed{R_2 = \frac{m_2v_2}{q_2B} = \frac{3,232.10^{-25}.44499,4}{1,6.10^{-19}.0,2} = 0,449\ m}$$

Opción de problemas nº 2

2.1. Un muelle de constante ***k₁= 50 N/m*** está comprimido horizontalmente ***4 cm*** junto a una bola de ***50 g*** de masa. Al soltarse el muelle impulsa la bola, que va a chocar contra otro muelle horizontal al que comprime ***6 cm***. Suponiendo que no hay pérdidas: **a)** ¿Cuánto vale la constante k_2 del segundo muelle? **b)** ¿En qué posición del segundo muelle la energía cinética del oscilador es la cuarta parte de su energía total?

SOLUCIÓN

a) Basta aplicar el teorema de conservación de la energía para el movimiento de la bola.

Inicialmente solo tendrá energía elástica, exactamente igual que cuando llegue a su posición final, pues allí comprime instantáneamente a otro muelle:

$$\frac{1}{2}k_1 A_1^2 = \frac{1}{2}k_2 A_2^2 \quad \Rightarrow \quad k_2 = k_1\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 = 22{,}2\ N.m^{-1}$$

b) La energía total es $E_T = \frac{1}{2}k_2 A_2^2$ y en la posición ***x*** la energía cinética será la diferencia entre la energía total y la potencial (elástica), es decir $E_c = \frac{1}{2}k_2\left(A_2^2 - x^2\right)$. Teniendo en cuenta que la energía cinética debe ser la ***cuarta parte*** de la energía total, tendremos:

$$\boxed{\frac{1}{2}k_2\left(A_2^2 - x^2\right) = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}k_2 A_2^2\right) \quad \Rightarrow \quad x = \sqrt{\frac{3}{4}A_2^2} = 5{,}19\ cm}$$

2.2. Entre dos placas metálicas paralelas separadas una distancia ***d=20 cm*** se crea un campo eléctrico uniforme perpendicular a la superficie de éstas con un módulo de valor ***E = 5000 V/m***. Si situamos una partícula (inicialmente en reposo) en una de las placas, se acelera hasta alcanzar la otra placa. Se pide: **a)** Valor de la diferencia de potencial entre las placas. **b)** Si la carga de la partícula es ***q=10⁻⁶ C*** y su masa ***m=2.10⁻⁶ kg***, ¿qué velocidad tendrá la partícula cuando alcanza la otra placa? **c)** Dibujar las superficies equipotenciales entre las placas

SOLUCIÓN

a) El campo eléctrico entre placas paralelas es uniforme, y en este caso, la relación entre la intensidad de campo y el potencial es:

$$\Delta V = E.d = 5.10^3.20.10^{-2} = 1000\ V$$

b) Bastará aplicar el teorema de conservación de la energía, teniendo en cuenta que la energía inicial es debida al campo electrostático, y cuando llega a la segunda placa, cinética:

$$\boxed{q\Delta V = \frac{1}{2}mv^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2q\Delta V}{m}} = \sqrt{1000} = 31{,}62\ m.s^{-1}}$$

c) Las líneas de fuerza del campo eléctrico son ***siempre*** perpendiculares a las ***superficies equipotenciales***, y están siempre dirigidas hacia los potenciales ***decrecientes***.