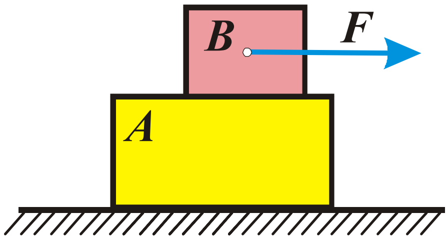
FÍSICA

Selectividad - Aragón, junio 2000

Opción A

EJERCICIO 1

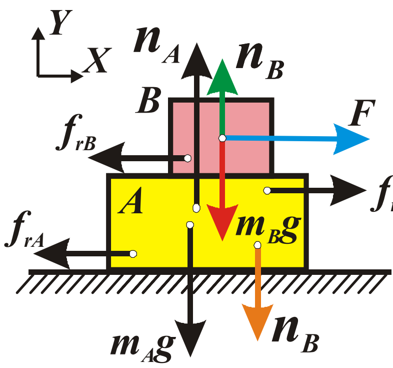
a) Enuncia y comenta las Leyes de Newton. **b)** Los bloques de la figura tienen masas $M_A=3$ kg y $M_B=1$ kg. El coeficiente de rozamiento en los contactos ***B-A*** y ***A- suelo es*** $\mu= 0,3$. Sobre el bloque ***B*** actúa una fuerza ***F*** paralela al suelo. Calcula el máximo valor de ***F*** para el que el sistema permanece en reposo.Considera $g=10$ N/kg. **c)** En esta situación límite de equilibrio, indica detalladamente todas las fuerzas que actúan sobre cada uno de los dos bloques.



SOLUCIÓN

a) 1ª Ley o Ley de la Inercia: *"Todo cuerpo en estado de reposo o de movimiento rectilíneo y uniforme permanecerá en dichos estados salvo que una fuerza les saque de ellos".*
2ª Ley o de Proporcionalidad de fuerzas y aceleraciones: *"La aceleración adquirida por un cuerpo es directamente proporcional a la resultante de fuerzas que actúan sobre él"*
3ª Ley o de Acción y reacción: *"Toda acción (FUERZA) ejercida sobre un cuerpo es respondida por este con otra de la misma intensidad, en la misma dirección y sentido opuesto"*

b) Representaremos en primer lugar las fuerzas reales que actúan sobre cada uno de los bloques: Los pesos de ambos, la acción de ***B*** sobre ***A***, n_B, y la reacción correspondiente, la reacción del suelo sobre ***A***, n_A. Además, las fuerzas de rozamiento entre ambos cuerpos f_{rB} y entre ***A*** y el suelo f_{rA}. Observar que al aplicar la fuerza ***F*** el cuerpo ***B*** intentará avanzar hacia la derecha sobre ***A*** apareciendo una fuerza de rozamiento sobre ***B***, f_{rB} de sentido contrario a ***F***, cuya reacción aparece sobre ***A*** en sentido opuesto. Esta fuerza intentará que este bloque se mueva hacia la derecha deslizando sobre el suelo, en tanto que f_{rA} tratará de impedirlo. Las fuerzas dirigidas según el eje ***Y*** estarán en equilibrio:



Para el bloque ***B***:

$$\sum F_Y = 0\,;\, n_B = m_B g = 10\ N \quad \Rightarrow \quad f_{rB} = \mu n_B = 0{,}3.10 = 3\ N$$

Para el bloque ***A***:

$$\sum F_Y = 0\,;\, n_B + m_A g = n_A \quad ; \quad n_A = 10 + 30 = 40\ N \quad \Rightarrow \quad f_{rA} = \mu n_A = 0{,}3.40 = 12\ N$$

Para que el bloque ***B*** no se mueva debe verificarse que:

$$\sum F_x \leq 0 \,;\, F - f_{rB} \leq 0 \quad \Rightarrow \quad F \leq f_{rB} \quad \Rightarrow \quad F \leq 3\ N$$

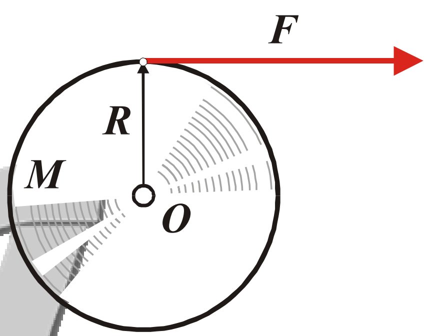
Además sobre el bloque ***A***: $\sum F_x \leq 0 \,;\, f_{rB} - f_{rA} \leq 0$ y efectivamente, puesto que $3 - 12 = -9 \leq 0$ se verifica dicha condición.

En resumen, mientras $F \leq 3\ N$ no se mueve el bloque ***B*** y tampoco lo hará el ***A*** pues la fuerza de tracción sobre él, $\boldsymbol{f_{rB}}$ es menor que la de rozamiento con el suelo $\boldsymbol{f_{rA}}$

c) Las fuerzas que intervienen se ven reflejadas en la segunda ilustración y se han utilizado para resolver el apartado anterior.

EJERCICIO 2

El disco de la figura, de masa ***M=1 kg*** y radio ***R=20 cm***, puede girar libremente en torno a un eje perpendicular a su plano y que pasa por su centro, ***O*** $I = \frac{1}{2} mR^2$ Del extremo de una cuerda ideal enrollada en el disco tiramos con una fuerza constante ***F=0,5 N***. **a)** ¿Con qué aceleración angular gira el disco? Supuesto que parte del reposo, calcula su velocidad angular cuando ha girado una vuelta completa. **b)** Calcula la energía cinética del sistema en este instante. ¿Cuánto trabajo ha realizado hasta entonces la fuerza ***F***?



SOLUCIÓN

a) La fuerza ***F*** produce respecto a ***O*** un par o momento $\boldsymbol{M_o}$ que hará girar al disco en sentido horario. La ecuación fundamental de la dinámica de rotación nos proporciona la aceleración angular del mismo. En efecto:

$$\sum M_o = I_o.\alpha \quad ; \quad R.F = \frac{1}{2} MR^2 \alpha \quad ; \quad \alpha = 5\ rad/s^2$$

Para hallar la velocidad angular después de una vuelta completa ($\varphi = 2\pi\ rad$) utilizamos la ecuación cinemática: $\omega^2 = \omega_o^2 + 2\alpha\varphi$ que sustituyendo datos resulta:

$$\omega = \sqrt{2\alpha\varphi} = \sqrt{2.5.2\pi} = \sqrt{20\pi}\ rad/s$$

b) La energía cinética de rotación viene dada por la expresión $E_{cRot} = \frac{1}{2} I_O \omega^2$ Sustituyendo los valores encontrados: $E_{cRot} = \frac{1}{2}\frac{1}{2} 1.(0,2)^2.20\pi = 0,6283\ J$

Como el trabajo realizado de acuerdo con el teorema del trabajo-energía cinética equivale a la variación de la energía cinética (de rotación en este caso):

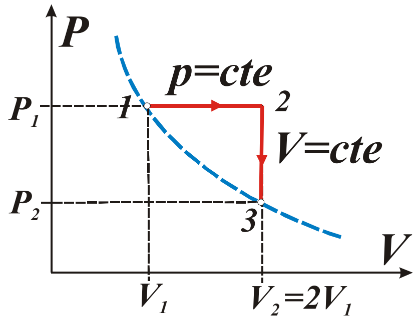
$$W = E_{CRot})_f - E_{CRot})_o = 0,6283\ J$$

EJERCICIO 3

a) *Procesos termodinámicos cuasiestáticos isócoros e isóbaros*. **b)** Un recipiente contiene ***0,2 mol*** de un gas ideal, inicialmente a temperatura $\boldsymbol{T_1=300\ K}$ y presión atmosférica $\boldsymbol{P_1=1{,}01.10^5\ Pa}$. Manteniendo constante la presión, se calienta el gas hasta duplicar su volumen. A continuación, se enfría a volumen constante hasta reducir su presión a la mitad. Calcula la temperatura final, la variación de energía interna y el calor intercambiado por el gas.
$\boldsymbol{R=8{,}31\ J\ K^{-1}\ mol^{-1}}$.

SOLUCIÓN

n=0,2 moles			
	P	**V**	**T**
1	1 atm	4,92 l	300 K
2	1 atm	9,84 l	600 K
3	0,5 atm	9,84 l	300 K



a) *Un proceso termodinámico se dice* ***cuasiestático*** *cuando al evolucionar entre dos estados lo hace a través de una sucesión indefinida de estados de equilibrio*.
Proceso isócoro: Aquel que tiene lugar a volumen constante
Proceso isóbaro: Se lleva a cabo a presión constante

b) En primer lugar calcularemos las coordenadas termodinámicas (p,V,T) de cada uno de los estados por los que evoluciona el gas, que supondremos diatómico de modo que los calores específicos son $C_V = \frac{5}{2}R$; $C_p = \frac{7}{2}R$ .Aplicando la ecuación de estado de los gases ideales - $pV = nRT$ - a cada uno de esos estados obtenemos los valores expresados en la tabla. (Deberás tomar $n = 0{,}082\frac{at.l}{K.mol}$)
Aplicaremos ahora las expresiones que permiten el cálculo de la variación de la energía interna y el trabajo entre dos estados y el Primer Principio para determinar el calor intercambiado:

Proceso 1-2 (ISÓBARO)

$$\Delta U_{1-2} = nC_V(T_2 - T_1) = 0{,}2.\frac{5}{2}8{,}3(600-300) = 1245\ J$$

$$\Delta W_{1-2} = p_1(V_2 - V_1) = 1{,}01.10^5(9{,}84.10^{-3} - 4{,}92.10^{-3}) = 496{,}92\ J$$

$$\Delta Q_{1-2} = \Delta U_{1-2} + \Delta W_{1-2} = 1245 + 496{,}92 = 1741{,}92\ J$$

Proceso 2-3 (ISÓCORO)

$$\Delta U_{2-3} = nC_V(T_3 - T_2) = 0{,}2.\frac{5}{2}8{,}3(300-600) = -1245\ J$$

$\Delta W_{2-3} = 0\ J$ por tratarse de un proceso a ***V=cte***

$$\Delta Q_{2-3} = \Delta U_{2-3} = -1245\ J$$

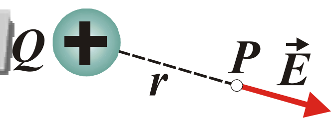
$$\boxed{\Delta U_{1-2-3} = 0 \quad ; \quad \Delta Q_{1-2-3} = \Delta Q_{1-2} + \Delta Q_{2-3} = 1741{,}92 - 1245 = 496{,}92\ J}$$

EJERCICIO 4

a) Explica el concepto de campo electrostático. ¿Qué campo crea una carga puntual fija? **b)** Dos partículas con cargas ***Q₁ = 1 mC*** y ***Q₂=-2 mC*** están situadas, respectivamente, en los puntos de coordenadas ***(0, 0)*** y ***(a, 0)***, con ***a=5 cm***. Calcula el vector campo eléctrico en el punto de coordenadas ***(a, a)***. Constante de Coulomb $K = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9.10^9\ N.m^2C^{-2}$

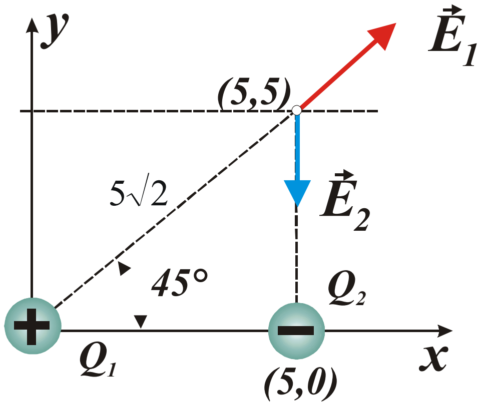
SOLUCIÓN

a) **Campo electrostático:** *“Aquella región del espacio donde existen fuerzas eléctricas debidas a la presencia de carga eléctrica en esa zona”*. El campo creado por una sola carga puntual ***Q*** en un punto ***P*** a distancia ***r*** de ella, tiene por módulo $\left|\vec{E}\right| = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_o}\dfrac{Q}{r^2}\ NC^{-1}$ siendo su dirección y sentido el mismo que la fuerza que actuaría sobre una carga testigo POSITIVA y UNIDAD colocada en ***P***. (Ver figura)



b) Para calcular la intensidad de campo creado por la distribución de carga, representaremos gráficamente la intensidad de campo que crea cada una de las cargas en el punto ***(a,a)***, de acuerdo con lo establecido en el apartado **a)**, procediendo después a efectuar la suma vectorial de ambas intensidades de campo.

Los vectores intensidad de campo creados por cada carga en el punto ***(5,5)*** se reflejan en la figura adjunta. Observar la dirección y sentido de ambos. Para el cálculo expresaremos las coordenadas en metros.



$$\left|\vec{E}_1\right| = 9.10^9 \frac{10^{-3}}{(5\sqrt{2}.10^{-2})^2} = \frac{9}{5}10^9\ N.C^{-1}$$

$$\left|\vec{E}_2\right| = 9.10^9 \frac{2.10^{-3}}{(5.10^{-2})^2} = \frac{18}{25}.10^{10}\ N.C^{-1}$$

Ahora se trata de expresar las intensidades de campo en forma vectorial de acuerdo con el sistema de referencia elegido.

$$\vec{E}_1 = \frac{9}{5}10^9(\cos 45°\vec{i} + \operatorname{sen} 45\vec{j}) = 9\sqrt{2}.10^8(\vec{i}+\vec{j})\ N.C^{-1}$$

$$\vec{E}_2 = -\frac{18}{25}10^{10}\vec{j}\ N.C^{-1}$$

La intensidad de campo total en ***(5,5)*** es:

$$\boxed{\vec{E}_1 = 9\sqrt{2}.10^9\,\vec{i} + (9\sqrt{2}.10^9 - \frac{18}{25}10^{10})\,\vec{j}\ N.C^{-1}}$$

FÍSICA

Selectividad - Aragón, junio 2000

Opción B

EJERCICIO 1

a) *Impulso de una fuerza*. Relación con la variación de momento lineal de una partícula. **b)** Sobre una partícula de masa m=10 g que se mueve inicialmente con velocidad $\vec{v} = v_o\vec{i}$ actúa una fuerza constante $\vec{F} = F_o\vec{j}$ durante un intervalo de tiempo Δt. Si $\boldsymbol{v_o = 10\ m/s}$, $\boldsymbol{F_o = 2\ N}$ y $\Delta t = 0{,}1\ s$, calcula el impulso $\vec{I}$ de la fuerza sobre la partícula. **c)** A partir de lo anterior, calcula el momento lineal final de la partícula, $\vec{P}_f$.

SOLUCIÓN

a) El impulso mecánico de una partícula $\vec{I}$ se define como $\vec{I} = \vec{F}.\Delta t$ o en forma diferencial como $d\vec{I} = \vec{F}.dt$. Es una magnitud vectorial, cuya unidad **SI** es el ***N.s***. Para establecer la relación del impulso con el momento lineal $\vec{p}$, basta acudir a la 2ª Ley de la Dinámica:

$$\vec{F} = m.\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} \quad ; \quad \vec{F}.dt = m.d\vec{v} \quad \Rightarrow \quad d\vec{I} = d(m\vec{v})$$

Si integramos esta ecuación entre los límites de variación del impulso y la velocidad:

$$\int_{\vec{I}_0}^{\vec{I}} d\vec{I} = \int_{\vec{v}_o}^{\vec{v}} d(m\vec{v}) \quad ; \quad \vec{I} - \vec{I}_o = m\vec{v} - m\vec{v}_o \quad \Rightarrow \quad \Delta\vec{I} = \Delta\vec{p} \ \text{ siendo } \ \vec{p} = m\vec{v}$$

magnitud conocida como <u>*momento lineal*</u> o <u>*cantidad de movimiento*</u>. La igualdad anterior constituye el llamado Teorema del Impulso: *"El impulso comunicado a una partícula se invierte en la variación –aumento o disminución- de su momento lineal"*

b) El impulso toma el valor : $\vec{I} = \vec{F}.\Delta t = 2\vec{j}.0{,}1 = 0{,}2\vec{j}\ N.s$

c) Como $\vec{I} = \vec{p}_f - \vec{p}_o \quad ; \quad 0{,}2\vec{j} = \vec{p}_f - 10^{-2}.10\vec{i} \quad \Rightarrow \quad \vec{p}_f = 0{,}2\vec{j} + 0{,}1\vec{i}\ kg.m.s^{-1}$

EJERCICIO 2

Desde la superficie de un planeta sin atmósfera, perfectamente esférico, de radio ***R=5000 km*** y masa ***M=5.10²⁴ kg*** se dispara horizontalmente un proyectil de masa ***m=2 kg***. **a)** Calcula la velocidad con que debe dispararse el proyectil para que describa una órbita circular rasante a

la superficie del planeta. ¿Cuánta energía mecánica tiene este proyectil? **b)** Explica qué es la "*velocidad de escape*" y calcúlala para un disparo desde la superficie de este planeta.
$\boldsymbol{G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N.\ m^2 kg^{-2}}$.

SOLUCIÓN

a) Es evidente que la trayectoria a seguir por el proyectil es una circunferencia de radio igual al del planeta. La segunda Ley de la Dinámica aplicada el movimiento del proyectil nos proporciona la velocidad de este:

$$\sum F_o = m.a_c \quad ; \quad G\frac{Mm}{R^2} = m\frac{v_L^2}{R} \quad \Rightarrow \quad v_L = \sqrt{\frac{GM}{R}} = 8167\ m.s^{-1}$$

La energía mecánica es suma de la energía cinética y la potencial:

$$E_{mec} = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv_L^2 - G\frac{Mm}{R} = \frac{1}{2}2.(8167)^2 - 6{,}67.10^{-11}\frac{5.10^{24}.2}{5.10^6} = -6{,}67.10^7\ J$$

b) La velocidad de escape es "*la velocidad de lanzamiento necesaria para que un satélite escape a la acción gravitatoria de un determinado planeta*". De acuerdo con esta definición, el satélite debe llegar al INFINITO con velocidad nula. La conservación de la energía nos proporciona esta velocidad:

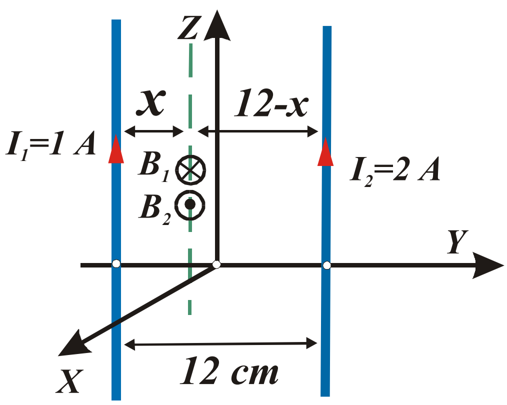
ENERGÍA EN LA SUPERFICIE DE LANZAMIENTO=ENERGÍA EN EL INFINITO

$$\boxed{\frac{1}{2}mv_e^2 - G\frac{Mm}{R} = E_\infty = 0 \quad ; \quad v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = 11549{,}8\ m.s^{-1} = 3208{,}3\ km.h^{-1}}$$

EJERCICIO 3

a) *Fuerzas entre corrientes rectilíneas y paralelas. Definición de amperio*. **b)** Por dos largos conductores paralelos, separados una distancia $\boldsymbol{d=12\ cm}$ circulan corrientes $\boldsymbol{I_1=1\ A}$ e $\boldsymbol{I_2=2\ A}$ en el mismo sentido. Calcula la fuerza de interacción por unidad de longitud entre los conductores. ¿En qué puntos del espacio es nulo el campo magnético total creado por estas corrientes?

SOLUCIÓN



a) Cuando un conductor se encuentra en las proximidades de otro, ambos se encuentran bajo la acción del campo magnético que crean sus respectivas corrientes, que viene dado por $|B| = \mu_o \dfrac{I}{2\pi d}$ siendo $\boldsymbol{I}$ la corriente que transporta y $\boldsymbol{d}$ la distancia del conductor al punto donde se desea calcular el campo. Si se trata de dos conductores paralelos e indefinidos situados a distancia ***d*** uno del otro, puede demostrarse fácilmente –ver Electromagnetismo en esta misma sección – que la fuerza por unidad de longitud entre ambos conductores es:

$$\boxed{\frac{F}{l} = \mu_o \frac{I_1 I_2}{2\pi d}\ N.m^{-1}} \quad (1)$$

De acuerdo con este resultado el ***AMPERIO*** puede definirse como *"La corriente que circulando por dos conductores paralelos e indefinidos colocados en el vacío a* ***1 m*** *de distancia produce entre ambos una fuerza por unidad de longitud de* ***2.10^{-7} $N.m^{-1}$*** *"*

b) Para hallar la fuerza por unidad de longitud utilizaremos la expresión (1):

$$\boxed{\frac{F}{l} = \mu_o \frac{1.2}{2\pi.0{,}12} = 2{,}7.10^{-7}\ \ N.m^{-1}}$$

Para determinar el punto del espacio en que se anula el campo magnético nos ayudaremos de un esquema y de acuerdo con la regla de la mano derecha (Ver apuntes de Teoría), los campos que crean cada uno de los conductores estarán sobre la línea discontinua siendo *entrante* el que crea el conductor ***1*** y *saliente* el creado por el ***2***. Debido a la mayor intensidad del conductor ***2*** , parece razonable que la línea que une puntos de campo nulo esté más cercano del conductor ***1***. Bastará igualar los módulos de ambos:

$$\left|\vec{B}_1\right| = \left|\vec{B}_2\right| \ ; \ \frac{4\pi.10^{-7}.1}{2\pi x} = \frac{4\pi.10^{-7}.2}{2\pi(12-x)}$$

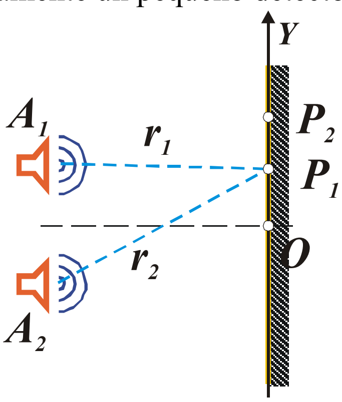
donde no se han modificado las unidades de los los denominadores, puesto que al ser una igualdad, se cancelarían. Despejando ***x*** resultar:

$$\boxed{x = 4\ cm}$$

contados desde el conductor que transporta ***I_1=1 A***.

EJERCICIO 4

Imagina que realizamos la siguiente experiencia en el laboratorio: dos altavoces ***A_1*** y ***A_2*** , situados como indica la figura, emiten sonido de la misma frecuencia ***f*** y en fase. Partiendo de un punto equidistante de los altavoces, ***O***, vamos desplazando lentamente un pequeño detector de sonido (micrófono) por la dirección transversal ***OY*** indicada en la figura. Encontramos que en ***O*** la intensidad sonora es alta, después disminuye hasta alcanzar un mínimo casi nulo en un cierto punto ***P_1***, a continuación aumenta hasta alcanzar un máximo en ***P_2*** ... y así sucesivamente. **a)** Explica, sin demostraciones, el fenómeno que estamos detectando. **b)** Supón que medimos las distancias ***r_1*** y ***r_2*** desde cada altavoz al primer punto de intensidad mínima, ***P_1*** , y obtenemos que su diferencia es ***r_1-r_2=1,7 cm***. Sabiendo, además, que la velocidad del sonido en el aire es ***v =340 m/s***, determina la frecuencia del sonido emitido por los altavoces, ***f***.



SOLUCIÓN

a) Se trata de un fenómeno de ***interferencias***. Dos fuentes coherentes -de igual frecuencia- emiten y sus perturbaciones alcanzan puntos en los que ambas se superponen. Cuando la diferencia de fase entre ellas es un múltiplo entero de π se detectará sonido y en el caso de ser múltiplo impar de $\frac{\pi}{2}$ se detectará silencio. Corresponden a máximos y mínimos de interferencia o también a las llamadas interferencia constructiva y destructiva respectivamente.

Todo lo anterior es equivalente a decir que:

- Se producirán **máximos** de interferencia cuando la diferencia de camino seguido por las ondas desde los focos al punto de superposición es un **múltiplo entero** de la longitud de onda: $|r_2 - r_1| = k\lambda \quad ; \quad k = 0,1,2.... \quad (1)$

- Se producirán **mínimos** de interferencia cuando la diferencia de camino seguido por las ondas desde los focos al punto de superposición es un **múltiplo impar** de la semilongitud de onda:

$$|r_2 - r_1| = (2k-1)\frac{\lambda}{2}; \quad k = 1,2,3.... \quad (2)$$

b) En nuestro caso, como $\boldsymbol{P_1}$ es un punto de intensidad mínima, deberá verificarse la condición (2) para ***K=1***. Teniendo en cuenta que $\lambda = \frac{c}{f}$, resulta:

$$\boxed{1{,}7 = (2.1-1)\frac{c}{2f} \quad ; \quad f = \frac{c}{2.1{,}7} = \frac{340\ m.s^{-1}}{3{,}4\ m} = 100\ Hz}$$

PRUEBAS DE ACCESO PARA ALUMNOS DE COU. Junio 1999

UNIVERSIDAD DE MURCIA

FÍSICA

ORIENTACIONES: Comente sus planteamientos de tal modo que demuestre que entiende lo que hace. Tenga en cuenta que la extensión de sus respuestas está limitada por el tiempo y papel de que dispone.

CUESTIONES OBLIGATORIAS

Conteste a las dos cuestiones siguientes:

1. Ecuación fundamental de la dinámica de rotación. (**1 punto**)

SOLUCIÓN

Esta cuestión es básicamente teórica, por lo que debe acudirse al resumen de teoría. Sin embargo, y de forma resumida, diremos:

- La ecuación fundamental de la dinámica de la rotación es $\sum \vec{M}_o = I_o . \vec{\alpha}$
- $\sum \vec{M}_o$ representa la resultante de los **pares** o **momentos** exteriores aplicados referidos a un determinado eje (***O***). Es una magnitud vectorial ($\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$)
- I_o es el llamado ***momento de inercia*** del sistema referido al mismo eje anterior (***O***) Es una magnitud escalar, cuya definición puede verse en el resumen teórico.
- $\vec{\alpha}$ es la aceleración angular que adquiere el sistema debida a la actuación del ***par exterior*** resultante

2. Principio de Huygens. (**1 punto**)

SOLUCIÓN

"*Todo punto de un medio alcanzado por una perturbación (onda) se convierte en un foco emisor de nuevas ondas, cuya envolvente constituye el nuevo frente de onda de la perturbación*" (Para una explicación más detallada, ver Teoría)

CUESTIONES OPTATIVAS

Conteste únicamente a dos de las cuatro cuestiones siguientes:

3. En un choque elástico entre dos partículas, cuáles de las siguientes magnitudes se conservan y cuáles no: masa de cada partícula, energía cinética de cada partícula, energía cinética total y momento lineal total (**1 punto**)

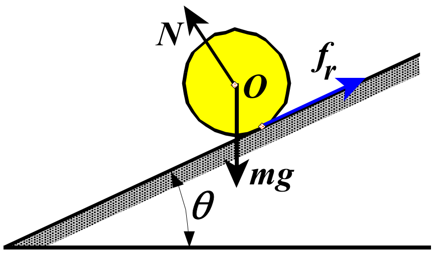
SOLUCIÓN

- La masa se conserva, puesto que esta magnitud permanece invariable.
- La energía cinética total del sistema se conserva. Es precisamente una de las dos condiciones que debe verificar una colisión elástica. La individual de cada partícula no tiene por qué conservarse. En algún caso particular puede ocurrir este hecho, pero con carácter general, no.
- Queda contestada en el apartado anterior
- El momento lineal del sistema debe conservarse. Es otra de las características que debe cumplir no solo el choque elástico, sino cualquier tipo de choque.

4. Dibuja las fuerzas que actúan sobre un cilindro que desciende rodando por un plano inclinado. (**1 punto**)

SOLUCIÓN

El esquema muestra todas estas fuerzas. Es preciso decir que la fuerza de rozamiento es imprescindible para que exista rodadura, pero debe tenerse presente que esta no puede calcularse aplicando la conocida ecuación $f_r = \mu N$ válida únicamente para determinar las fuerzas de ***rozamiento por deslizamiento***.



Las ecuaciones de movimiento para el cilindro son:

$$\sum F = ma_{CM} \quad ; \quad mg\,\mathrm{sen}\,\theta - f_r = ma_{CM}$$

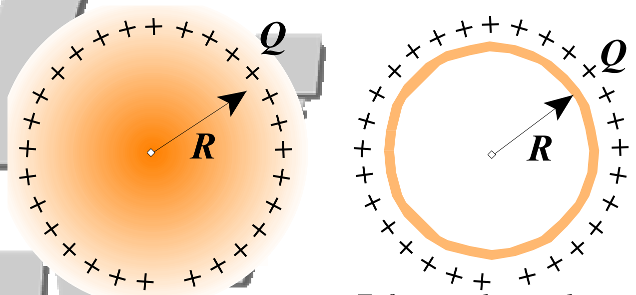
$$\sum M_{CM} = I_{CM}.\alpha \quad ; \quad R.f_r = \frac{1}{2}mR^2\alpha$$

con la condición $a_{CM} = \alpha.R$. La solución de este sistema de ecuaciones nos proporciona los valores de α , f_r y a_{CM}

5. ¿Cómo es el campo eléctrico en el interior de una esfera metálica cargada? ¿Y el potencial? (**1 Punto**)

SOLUCIÓN

De acuerdo con el Teorema de Gauss, todo conductor **cargado** y **en equilibrio**, es decir con cargas eléctricas en reposo, debe tener distribuidas estas sobre su superficie. Esto hace que todos los puntos de la misma tengan el mismo potencial, ya que de lo contrario habría movimiento de carga, lo que está en contra de la hipótesis de partida (Cargas en reposo). Pero por la misma razón, las cargas no pueden moverse hacia el interior si fuese maciza, lo que indica que toda la esfera debe tener el mismo potencial. Consecuencia de ello es que el campo eléctrico en el interior de la esfera debe ser **nulo** al ser ***V=cte***.
Para la esfera conductora hueca, el razonamiento es similar. (Ver figura)



Esfera conductora maciza *Esfera conductora hueca*

6. Una onda luminosa posee una longitud de onda de ***600 nm***. ¿Cuál es su frecuencia? (**1 punto**)

SOLUCIÓN

Basta aplicar la relación $\lambda = \frac{c}{f} \quad ; \quad f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3.10^8}{600.10^{-9}} = 5.10^{14}\ Hz$

PROBLEMAS

Conteste únicamente a dos de los tres problemas siguientes:

1. Una partícula de ***m=2 kg*** efectúa un movimiento unidimensional dado por $x = 5\cos 10t\ (m)$. Calcule las siguientes magnitudes de la partícula:

a) Energía cinética en función del tiempo. (**1 punto**)

b) Fuerza que actúa sobre la partícula en el instante ***t = 0***. (**1 punto**)

c) Energía potencial en función del tiempo. (**1 punto**)

SOLUCIÓN

a) Como puede verse, la partícula describe un movimiento armónico simple. La energía cinética viene dada por $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ siendo v la ***velocidad de vibración***. Por tanto, la energía pedida es:

$$\boxed{E_c = \frac{1}{2}m(-50\,sen10t)^2 = 2500sen^2 10t\ J}$$

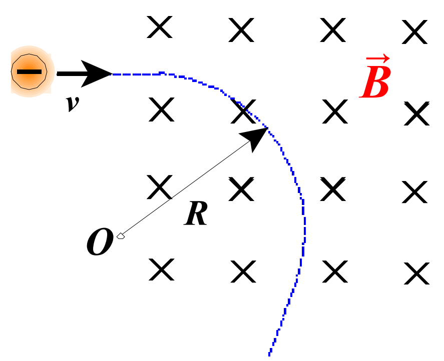
b) Basta aplicar la ecuación fundamental de la Dinámica $\sum F = m.a$ siendo a la aceleración del movimiento, es decir $a = \frac{dv}{dt} = -500\cos 10t\big|_{t=0} = -500\ \frac{m}{s^2}$; $|a| = 500\ \frac{m}{s^2}$, luego:

$$\boxed{|\vec{F}| = 2.500 = 1000\ N}$$

c) La energía potencial la proporciona la expresión $E_P = \frac{1}{2}Kx^2$ siendo ***K*** la constante recuperadora del movimiento, cuyo valor es $K = m\omega^2 = 2.10^2 = 200\ \frac{N}{m}$ y x la elongación dada por la ecuación del movimiento. Así:

$$\boxed{E_P = \frac{1}{2}200.(5\cos 10t)^2 = 2500\cos^2 10t\ J}$$

2. Un electrón penetra en una zona con un campo magnético uniforme de ***B=10⁻³*** T y lleva una velocidad de ***500 m/s*** perpendicular al campo magnético. Determine las siguientes magnitudes del electrón en la zona con campo magnético: **a)** Velocidad angular. (**1 punto**) **b)** Módulo de la fuerza que experimenta (**1 punto**)**c)** Módulo del momento angular respecto del centro de la circunferencia que describe el electrón. (**1 punto**)
Datos: $|e| = 1{,}6.10^{-19}$ ***C*** y $m=9{,}1.10^{-31}$ ***kg.***)



SOLUCIÓN

En primer lugar vamos a esquematizar la marcha del electrón dentro del campo magnético, suponiendo que el vector inducción es perpendicular al plano del dibujo y entrante. La trayectoria del electrón dentro de esa zona sería un **arco de circunferencia**, y una **recta** mientras permanezca en el exterior del mismo. (Ver figura adjunta)

a) Para determinar la velocidad angular del electrón, basta aplicar la 2ª Ley de la Dinámica, teniendo en cuenta que la fuerza que actúa sobre el electrón es debida al campo magnético y viene dada por la fórmula de Lorentz: $\vec{F} = -e(\vec{v} \times \vec{B})$; $|\vec{F}| = e.v.B$ por ser los vectores velocidad e inducción perpendiculares entre sí. Además, $v = \omega.R$ siendo ***R*** el radio de la trayectoria del electrón.

De acuerdo con lo anterior:

$$e.v.B = m\frac{v^2}{R} \quad o \quad e.\omega.R.B = m\omega^2 R$$

$$\boxed{\omega = \frac{eB}{m} = \frac{1{,}6.10^{-19}.10^{-3}}{9{,}1.10^{-3}} = 1{,}75.10^{8}\ \frac{rad}{s}}$$

b) El módulo de la fuerza es:

$$\boxed{F = e.v.B = 1{,}6.10^{-19}.500.10^{-3} = 8.10^{-20}\ N}$$

c) El módulo del momento angular respecto al centro de la circunferencia (***O***) que describe el electrón:

$$\boxed{\left|\vec{L}_o\right| = \left|\vec{r}\times m\vec{v}\right| = R.m.v = \frac{v}{\omega}.m.v = \frac{mv^2}{\omega} = \frac{9{,}1.10^{-31}.(500)^2}{1{,}75.10^{8}} = 1{,}3.10^{-33}\ kg.m^2.s^{-1}}$$

3. Un satélite de ***1000 kg*** de masa gira en una órbita geoestacionaria (es decir, la vertical del satélite siempre pasa por el mismo punto de la superficie terrestre). (***Dato***: Radio de la Tierra ***6.370 km***) Calcule:

a) Su velocidad angular. (**1 punto**)
b) El módulo de su aceleración. (**1 punto**)
c) Su energía total. (**1 punto**)

SOLUCIÓN

a) Un satélite es ***geoestacionario*** cuando gira en su órbita con un período igual al de rotación de la Tierra, es decir ***T=24 h=86.400 s***. Según esto:

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{86400} = 7{,}27.10^{-5}\ \frac{rad}{s}}$$

b) Aplicamos la 2ª Ley de la Dinámica al movimiento del satélite:

$$\sum F = m.a_c \quad ; \quad G\frac{Mm}{r^2} = m\omega^2 r \quad \Rightarrow \quad r = \sqrt[3]{\frac{GM}{\omega^2}} = \sqrt[3]{\frac{g_o R_o^2}{\omega^2}} = 4{,}22.10^{7}\ m$$

donde se ha utilizado la relación $GM = g_o R_o^2$. Con este resultado, el módulo de la aceleración es: $\boxed{a_c = \omega^2 r = 0{,}223\ m.s^{-2}}$

c) La energía total del satélite es la suma de la energía potencial en la órbita y la energía cinética. El resultado es $E_T = -G\frac{Mm}{2r}$ expresión obtenida al aplicar la 2ª ley de la Dinámica al satélite y obtener su velocidad en función del radio de la órbita. Sustituyendo valores:

$$\boxed{E_T = -G\frac{Mm}{2r} = -\frac{g_o R_o^2 m}{2r} = -\frac{9{,}8.(6{,}37.10^6)^2.10^3}{2.4{,}22.10^7} = -4{,}7.10^9\ J}$$